

الْعِصَامُ لِلْجَمِيعِ

دار منيرة للطباعة والنشر

يا: فير عيلان
السر يا ضيانت
المسلية

ياكوف بيريلمان

الرياضيات المسلية حكايات والغاز رياضية

ترجمة

الدكتور ابراهيم محمود شوشة

دار «مير» للطباعة والنشر
موسكو - الاتحاد السوفيتي

افطار مع الغار

١ - السنجاب في المرج . حكى احد الجالسين حول مائدة الافطار في بيت الراحة فقال لعبت صباح اليوم لعبة « استغمامية » مع السنجاب . اتعلمون انه يوجد في غابتنا مرج دائري تنتصب في وسطه شجرة بتولا وحيدة ؟ وكان السنجاب يختفي عنى وراء هذه الشجرة . وعند خروجى من الغابة الى الفسحة لاحظت فورا وجه السنجاب ، بعينه الحيتين ، يتطلع الى من خلف الجذع . ويحذر ، وبدون ان اقترب ، مشيت على طرف الحقل لكي انظر الى هذا الحيوان . درت حول الشجرة اربع مرات ولكن السنجاب كان يتراجع حول الجذع في الاتجاه العكسى بحيث اننى كنت ارى وجهه فقط . وهكذا لم استطع ان ادور حول السنجاب . علق احدهم : ولكن انت تقول انك قد درت حول الشجرة اربع مرات .

— حول الشجرة وليس حول السنجاب !

— ولكن ، اليس السنجاب فوق الشجرة ؟

— وماذا فى ذلك ؟

— انك ايضا درت حول السنجاب .

— كيف اكون قد درت حول السنجاب وانا لم أر ظهره ولا

مرة واحدة .

— ما لنا وما للظهر ؟ لقد كان السنجاب فى المركز ، وانت

تسير فى دائرة ، هذا يعنى انك كنت تسير حول السنجاب .

— هذا لا يعنى ذلك ابدا . فلتتخيل اننى اسير حولك فى

دائرة ، وانت تدور بحيث يكون وجهك مواجهها لى طول الوقت

مخفيا بذلك ظهرك . هل تقول اننى ادور حولك فى هذه الحالة ؟

— طبعا اقول انك تدور حولي ، وكيف يمكن غير ذلك ؟

— أدور على الرغم من اننى لا اصبح خلفك ولا أرى ظهرك ؟

— وماذا يعنى الظهر ! لقد اغلقت حولي الطريق — هنا جوهر

المسألة ، وليس فى ان ترى ظهري .

وسأل احد المحاورين شيخا جالسا وراء المنضدة :

— فلتسمع لى : ماذا يعنى الدوران حول شىء ما ؟ اعتقد انه

يعنى شيئا واحدا : ان تقف دوما فى اماكن بحيث ترى الشىء من

جميع الاتجاهات . اليس ذلك صحيحا يا بروفيسور ؟

فأجاب العالم :

— الاختلاف عندكم يكمن أساسا فى الكلمات ، وفى مثل

هذه الحالات يلزم البدء دائما من الشىء الذى تحدثتم عنه الآن

فقط ، وهو الاتفاق على معنى الكلمات . كيف يمكن فهم كلمات « التحرك حول شيء ما »؟ يمكن ان يكون معنى هذه الكلمات ثنائيا . يمكن اولا : ان يفترض بهذه الكلمات التحرك فى خط مقفل ويوجد الشيء داخله . وهذا احد المفاهيم . اما المفهوم الآخر فهو : التحرك بالنسبة لهذا الشيء بحيث يمكن رؤيته من جميع الجهات . لو اخذنا المفهوم الاول فلا بد وان تعترف بانك قد درت اربع مرات حول السنجاب . ولكن لو اخذنا المفهوم الثانى فلا بد وان تقول انك لم تدر حول السنجاب ولا مرة واحدة . وكما ترون فانه لا توجد هنا اسباب للمناقشة اذا تكلم الطرفان بلغة واحدة وفهما الكلمات بطريقة واحدة .

— حسنا جدا ، ممكن ان نسمح بمفهومين . ولكن اى منهما الاصح ؟

— لا تجب صياغة السؤال هكذا . يمكن الاتفاق على اى شيء . ولكن من الافضل السؤال ، ما الذى يتفق مع المفهوم المعترف به عموما . ولقلت ان المفهوم الاول يرتبط اكثر بروح اللغة ، وسأقول لكم لماذا . فالشمس كما هو معروف تدور دورة كاملة حول محورها فى زمن يزيد على ٢٥ يوما بقليل .

— الشمس تدور ؟

— طبعا ، كالأرض تدور حول محورها . ولكن تصور ان دوران الشمس يتم ابطأ ، وبالذات انها تكمل دورة لا فى ٢٥ يوما

ولكن في $\frac{1}{4}$ ٣٦٥ يوم ، اى فى عام . عندئذ لكنت الشمس
تواجه الارض دائما من جانب واحد ، اما الجانب الثانى لها اى
« ظهر الشمس » فما كنا لنستطيع ان نراه . ولكن هل يمكن ان
يقول احد اعتمادا على هذا ان الارض لا تدور حول الشمس ؟
— نعم ، الآن غدا مفهوما اننى قد درت حول السنجاب .

وقال احد المستمعين للمناقشة :

— لدى اقتراح ايها الرفاق ! لا تتفرقوا . بما انه لن يخرج
احد للنزهة فى المطر ولن ينتهى المطر قريبا ، فلنقضى الوقت هنا
مع الالغاز . لقد وضعت البداية . فليؤلف كل حسب دوره او
يتذكر احد الالغاز . وانت ايها البروفيسور ستكون كبير محكمينا .
وقالت امرأة شابة :

— اذا كانت الالغاز مع الجبر او الهندسة فانى لن اشترك .

اضاف احدهم :

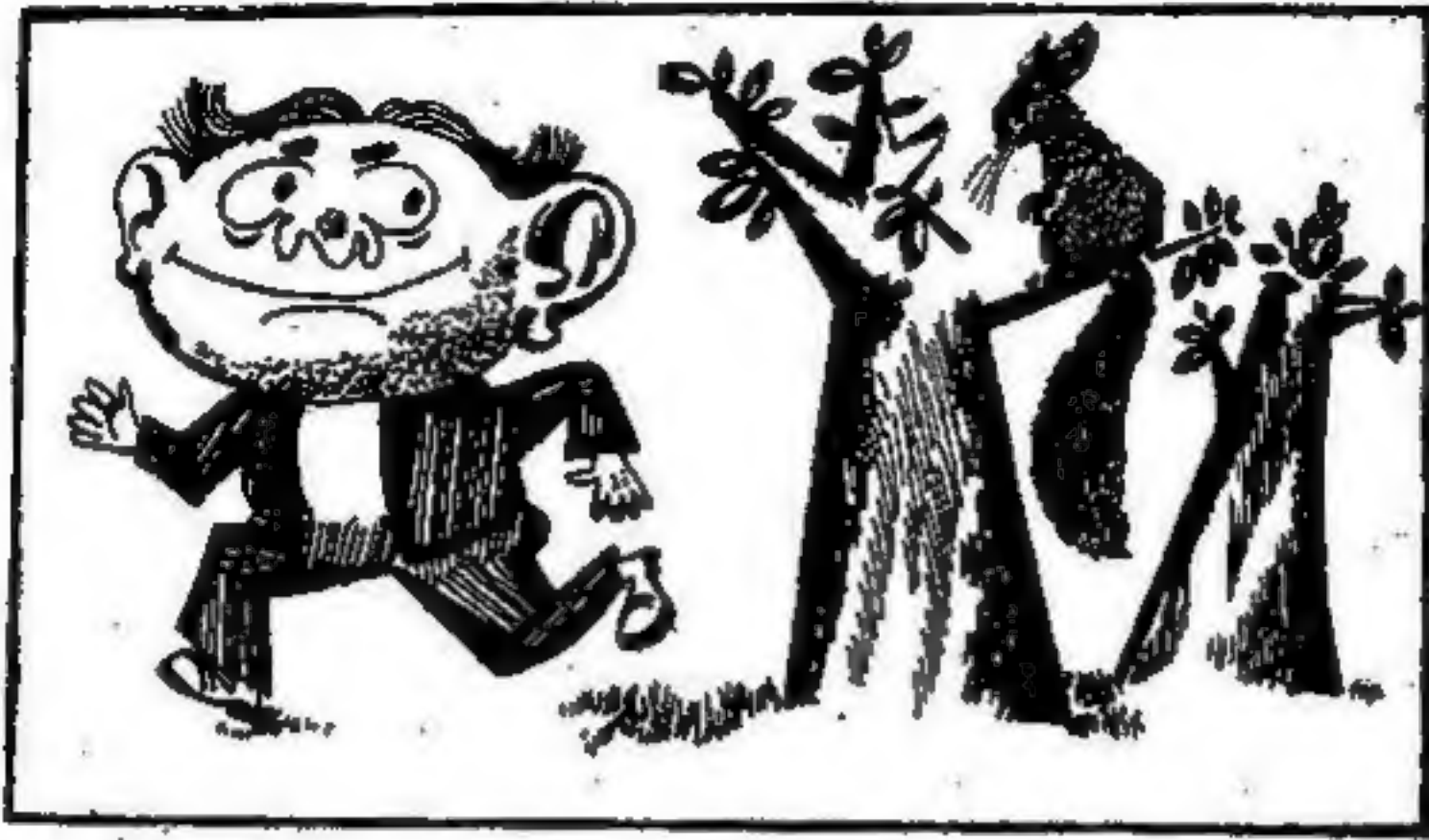
— وانا ايضا .

— لا ، لا ، لا ، لا بد وان يشترك الجميع ! وسنرجو الموجودين الا
يستعملوا الجبر او الهندسة ماعدا المبادئ البسيطة جدا . لا اعتراض
من احد ؟

— فى هذه الحالة انا موافقة ومستعدة ان اكون الاولى فى تقديم

لغز .

قال المجتمعون من كل اتجاه :



شكل ١ . تراجع السحاب العاكر في الاتجاه المعاكس

— عظيم جدا ، تفضلى ابدئى من فضلك !

٢— فى المطبخ المشترك . ولد لغزى فى ظروف شقة ريفية .

فالمسألة ، كما يقال ، من الحياة اليومية . وضعت احدى الساكنات

— وسأسميها ثريا للتسهيل — فى الفرن المشترك ٣ قطع من

الحطب الذى تملكه ، اما الساكنة ملوى فوضعت ٥ قطع ،

والساكن زيد الذى لم يكن لديه حطب ، طلب الاذن من

الساكتين بان يطبخ طعامه على النار المشتركة . ولتغطية التكاليف

قام بدفع ٨ كوبيكات للجارتين . كيف يجب على الجارتين ان

تتقاسما هذه الكوبيكات الثمانية ؟

اسرع احدهم فى القول :

— مناصفة ، فان زيد قد استخدم نارهم بنفس المقدار .

فاعترض آخر قائلا :

— طبعا لا ، يجب ان نأخذ فى الاعتبار كيف اشترك فى

هذه النار ما وضعتة المواطنتان من حطب . فمن وضع ٣ قطع ،

يجب ان يأخذ ٣ كوبيكات ، ومن وضع ٥ قطع يأخذ ٥ كوبيكات .

وستكون هذه قسمة حق .

اخذ الكلمة الرجل الذى بدأ اللعبة واصبح بعد الآن رئيس الاجتماع

فقال :

— ايها الرفاق ، دونا لا نعلن الحلول النهائية لهذه الالغاز الآن .

فلنترك كل واحد يفكر بشأنها . وليعلن لنا الحكم الاجابات اثناء

العشاء . اما الآن فالكلمة للشخص التالى . دورك ايها الرفيق الكشاف .

٣ — عمل حلقات الدراسة المدرسية . قال الكشاف : — فى

مدرستنا توجد ٥ حلقات دراسية : الحدادة ، والنجارة ، والتصوير ،

والشطرنج ، والكورال . حلقة الحدادة تعمل يوما واليوم التالى راحة ،

وحلقة النجارة تعمل يوما ويومين راحة ، اما حلقة التصوير فتعمل

يوما وثلاثة ايام راحة ، وحلقة الشطرنج تعمل يوما واربعة ايام راحة ،

اما حلقة الكورال فتعمل يوما وخمسة ايام راحة . وفى اول يناير

اجتمعت فى المدرسة كل الحلقات الخمس ، تم ابتدأت الدراسة

تبعا للنظام الموضوع فى الخطة دون الاخلال بجدول الدراسة .

والسؤال يتركز في عدد الامسيات التي اجتمعت فيها كل الحلقات
الخمس خلال الثلاثة اشهر الاولى .

سألوا الكشاف :

— وهل كانت السنة عادية ام كبيسة ؟

— عادية ، اى ان الثلاثة اشهر الاولى : يناير وفبراير ومارس

يجب حسابها بـ ٩٠ يوما ؟

— شىء بديهي .

قال البروفيسور :

— فلتسمح لى ان اضيف الى لغزك لغزا ثانيا ، كم في نفس

ربع السنة كانت مثل هذه الامسيات ، التي لم تجر فيها دراسة
في اى من الحلقات الخمس .

رن صوت احدهم :

— آه . انى افهم ! مسألة ماكرة . لن يكون هناك بعد ذلك اى

يوم تجتمع فيه الحلقات الخمس ، ولن يكون هناك اى يوم لا

تجتمع فيه الحلقات . ان هذا واضح !

وسأل رئيس الاجتماع :

— لماذا ؟

— لا استطيع ان اشرح ذلك ، ولكننى احس ، انهم يريدون

ان « يخفقوا » بمن يحل هذا اللغز فى خطأ .

— لكن هذا ليس بمبرر . وفي المساء سيتضح ان كان احساسكم هذا صحيحا ام لا . دورك الآن ايها الرفيق .

٤ — من اكثر؟ . قام اثنان خلال ساعة بتعداد جميع الاشخاص الذين مروا بهما على رصيف الشارع . وقف احدهم عند بوابة منزل ، والآخر اخذ يروح ويجيء على الرصيف . فمن عد اكبر عدد من المارة ؟

قال صوت من الطرف الآخر للمنضدة :

— بسيرك ستعد اكثر ، انه امر واضح .

واعلن رئيس الاجتماع :

— سنعرف الاجابة عند العشاء ، من التالى !

٥ — الجد والحفيد . حدث ما سأحدث عنه فى عام ١٩٣٢ .

كان عمري وقتها يبلغ ١١ عدد السنين التى يبينها الرقمان الاخيران من عام مولدى . وعندما حدثت جدى عن هذه العلاقة اثار دهشتى عندما قال ان مع سنه ايضا يحدث نفس هذا الشيء . لقد بدا لى ذلك غير ممكن ...

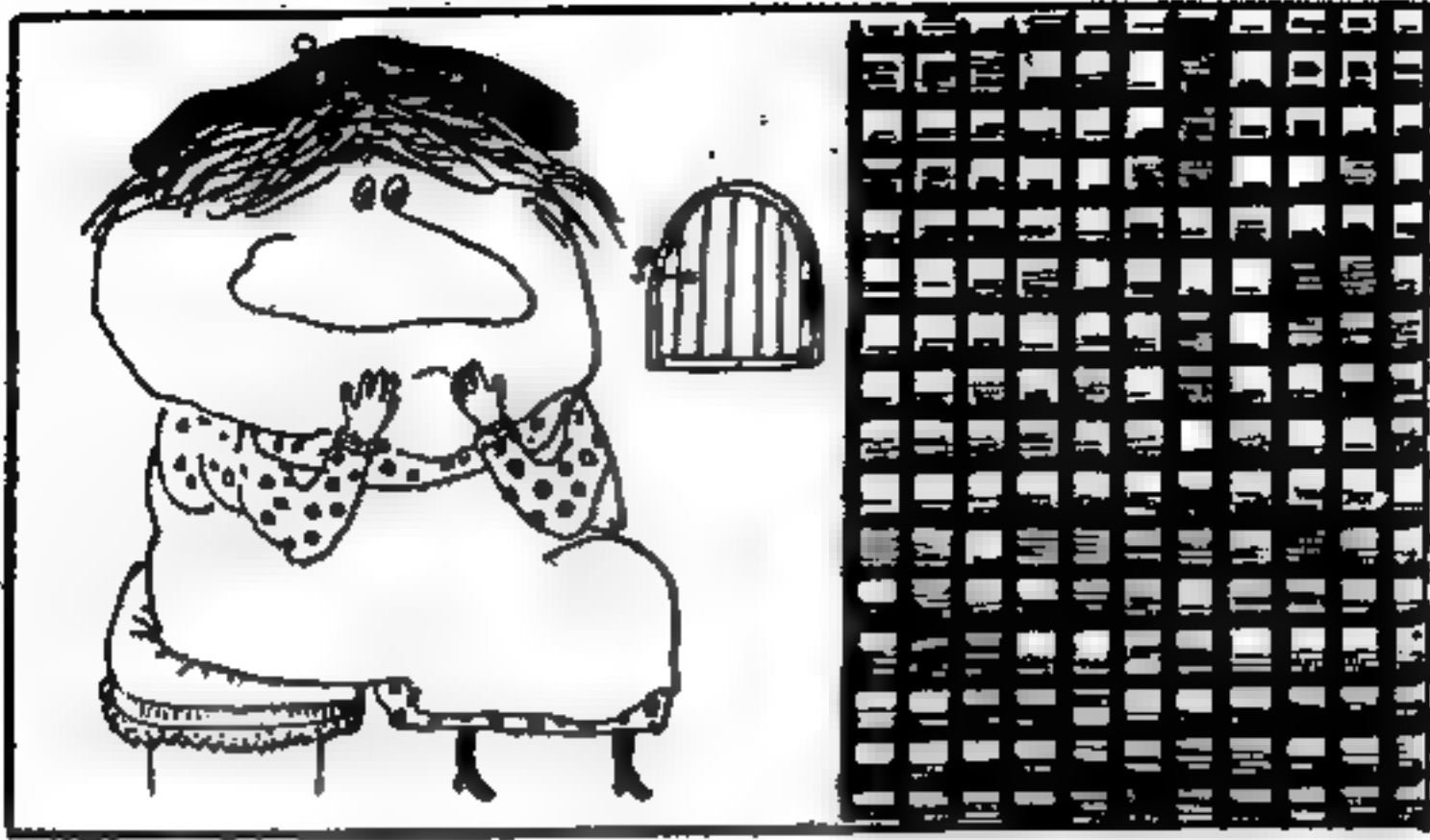
قال احدهم :

— شيء مفهوم ، انه غير ممكن .

— لكن تصوروا انه ممكن جدا ، لقد اثبت لى جدى ذلك .

فكم من السنين كان عمر كل منا ؟

٦ — تذاكر السكة الحديدية . وقالت المشتركة التالية فى اللعبة :



شكل ٢ . أصرف تذاكر السكك الحديدية

— انا عاملة صرف تذاكر بالسكة الحديدية . يبدو للكثيرين انها مهنة سهلة . ولا يفكرون في العدد الكبير من التذاكر الذى يجب على الصراف ان يبيعه حتى لو كان يعمل فى محطة صغيرة . اذ يجب ان يستطيع المسافرين الحصول على تذاكر من هذه المحطة الى اى محطة اخرى على نفس الخط فى الاتجاهين . وانا اعمل على خط فيه ٢٥ محطة . كم تعتقدون هو عدد الاشكال المختلفة من التذاكر المعدة من قبل سكك الحديد لكل شبائيكها ؟

قال رئيس الاجتماع :

— دورك ايها الرفيق الطيار .

٧- طيران الهليكوبتر . طار من لينينجراد هليكوبتر مباش

الى الشمال . وبعد ان طار فى اتجاه الشمال ٥٠٠ كم ، غي
اتجاهه الى الشرق . وبعد ان قطع فى هذا الاتجاه ٥٠٠ كم غي
اتجاهه ثانية الى الجنوب وسار فى هذا الاتجاه ٥٠٠ كم . ثم غي
اتجاهه الى الغرب وطار ٥٠٠ كم ، وهبط . المطلوب معرفته : اي
هبطت طائرة الهليكوبتر بالنسبة للينينجراد : الى الغرب ام الى الشرق
الى الشمال ام الى الجنوب ؟

قال احدهم :

- انت تفترض السذاجة فى من يحل هذه المسألة ..
خطوة للامام ، ثم ٥٠٠ خطوة الى اليمين ، ثم ٥٠٠ خطوة الى
الخلف ، ثم ٥٠٠ خطوة الى اليسار . الى اين نجىء ؟ من حيث
خرجنا سنعود ثانية !

- والآن ، اين تظنون مكان هبوط الهليكوبتر ؟

- فى نفس مطار لينينجراد من حيث ارتفع . اليس كذلك ؟

- طبعا ليس كذلك .

- اذن ، انا لا افهم .

وتدخل فى الحديث جاره فقال :

- فعلا ، يوجد هنا شئ غامض . أ لم تنزل طائرة الهليكوبتر

فى لينينجراد ؟ الا يمكن اعادة المسألة ؟

واستجاب الطيار الى طلبه عن طيب خاطر . وانصت اليه الحاضرون
بكل انتباه ، ونظر كل واحد الى الآخر باستغراب .

قال رئيس الجلسة : حسنا ، حتى العشاء نستطيع ان نفكر في
هذه المسألة . اما الان فسنكمل .

٨ - الظل . فلتسمحوا لي - تكلم صاحب الدور التالي - ان
موضوع لغزى هو موضوع الهليكوبتر نفسه : ايها اعرض الهليكوبتر
ام ظلة الكامل ؟

- هل هذا هو كل اللغز ؟

- نعم كله .

وجاء الجواب بالحل فورا :

- بالطبع الظل اعرض من الهليكوبتر ، ليست اشعة الشمس
تتباع كمروحة اليد .

واعترض احدهم :

- اننى أرى العكس فان اشعة الشمس متوازية . اذن يكون
الظل والهليكوبتر بعرض واحد .

- كيف ذلك ؟ لم يحدث لك ان رأيت كيف تمتد اشعة
الشمس من خلف سحابة ؟ عندئذ يمكن بالعين المجردة التأكد
من ان اشعة الشمس تتباعد الواحد عن الآخر . ويجب ان يكون
ظل الهليكوبتر اكبر بكثير من الهليكوبتر ، مثلما يكون ظل
السحابة اكبر من السحابة نفسها .

— ولكن لماذا تعتبر اشعة الشمس عادة متوازية ؟ فالبحارة وعلماء الفلك جميعهم يرون ذلك ...

ولم يسمح رئيس الاجتماع للمناقشة ان تستخدم واعطى الكلمة للشخص التالي لتقديم لغزه .

٩— مسألة باعواد الكبريت . اخرج الخطيب التالي اعواد الكبريت من العلبة واخذ يقسمها الى ثلاث اكوام .

وقال الحاضرون مازحين :

— هل تعتزم اشعال نار ؟

فقال الخطيب :

— اللغز سيكون بالكبريت . ها هي ثلاث اكوام غير متساوية . ويوجد فيها جميعا ٤٨ عودا . ولن اقول لكم كم عود في كل كومة . ولكن تذكروا الآتى : اذا وضعنا من الكومة الاولى في الكومة الثانية عددا من الاعواد مساويا لما هو موجود في هذه الكومة . الثانية ، ثم من الثانية وضعنا في الثالثة عددا من الاعواد مساويا لما هو موجود في هذه الكومة الثالثة ، واخيرا من الكومة الثالثة نضع في الكومة الاولى عددا من الاعواد يساوى العدد الموجود فيها — اقول انه اذا فعلنا هذا كله فان عدد الاعواد في كل الاكوام الثلاث سيكون متساويا . كم من الاعواد كان في كل من الاكوام الثلاث في البداية ؟

١٠ - الجذمور الماكر . بدأ جار آخر المتحدثين كلامه قائلا : هذا اللغز يذكرنى بالمسألة التى عرضها على مؤخرا احد الرياضيين القرويين .

لقد كانت قصة كاملة مسلية بما فيه الكفاية . قابل احد القرويين فى الغابة عجوزا لا يعرفه . وصارا يتحدثان . نظر العجوز الى القروى بتمعن وقال :

- اعرف فى هذه الغابة جذعا عجيبا يساعد جدا عند الشدة .

- كيف يساعد ؟ هل يشفى ؟

- عن الشفاء فهو لا يشفى ، ولكنه يضاعف النقود . تضع

اسفلة محفظة فيها النقود وتعد حتى المائة فتجد ان النقود فى المحفظة قد تضاعفت . انه يتمتع بهذه الخاصية . جذمور رائع !

قال الفلاح حالما :

- أريد ان اجر به .

- هذا ممكن ولكن يجب الدفع .

- الدفع لمن ؟ وهل كثير ؟

- تدفع لمن يريك الطريق . اى تدفع لى . اما هل تدفع

كثيرا ، فأمره يحتاج الى حديث خاص .

واخذا يفاصلان . وبعد ان عرف العجوز ان فى محفظة

الفلاح قليلا من المال ، وافق على ان يأخذ بعد كل مضاعفة روبلا

واحدا و ٢٠ كوبيكا ، واتفقا على ذلك .

قاد العجوز الفلاح الى وسط الغابة ، وسار معه كثيرا واخيرا
بحث وسط الاحراش عن جذمور شجرة شوح قديم مغطى بالاعشاب .
اخذ من يدي الفلاح المحفظة ووضعها بين جذور الجذمور . وعد
حتى المائة ثم اخذ العجوز يبحث عند اسفل الجذمور ، واخيرا
اخرج من هناك المحفظة واعطاها للفلاح .

نظر الفلاح في المحفظة ووجد ان النقود قد تضاعفت فعلا !
فاخذ العجوز منها روبلا واحدا و ٢٠ كويكا وطلب منه ان يضع
المحفظة مرة اخرى تحت الجذمور صانع المعجزات .

ومرة اخرى عدا حتى المائة ، ثم اخذ العجوز مرة ثانية في
البحث عند الجذمور وتضاعف عدد النقود مجددا . ومرة ثانية حصل
العجوز من الفلاح على الروبل وال ٢٠ كويكا المتفق عليها .

وللمرة الثالثة قاما باخفاء المحفظة اسفل الجذمور . وفي هذه
المررة ايضا تضاعفت النقود . ولكن عندما الفلاح اعطى العجوز
المكافأة المتفق عليها لم يبق في المحفظة ولا كويكا واحدا . وفقد
المسكين في هذه العملية كل نقوده . ولم تعد هناك نقود لمضاعفتها
وغادر الغابة مكتئبا .

ان سر معجزة تضاعف النقود طبعا واضح لكم . فالعجوز لم
يكن يبحث في جذور الجذمور بدون شيء . ولكن هل تستطيعون
الاجابة على سؤال آخر وهو : كم كان مع الفلاح من نقود قبل
اجراء التجارب الشريرة مع الجذمور الماكر ؟

١١ - مسألة عن ديسمبر . بدأ الحديث الكهل الذي جاء دوره في تقديم لغز فقال :

- انا ، ايها الرفاق ، متخصص في اللغة ، وبعيد عن كل ما يتعلق بالرياضيات . ولذلك فلا تتوقعوا مني مسألة رياضية .
استطيع فقط ان اقترح مسألة من المجال الذي اعرفه . فلتسمحوا لي بان اقدم لغزا خاصا بالتقويم .
- تفضل !

- يسمى الشهر الثاني عشر عندنا بديسمبر . ولكن اتعرفون ماذا تعني كلمة « ديسمبر » ؟ تأتي هذه الكلمة من الكلمة الاغريقية « ديسا » اي عشرة ، ومن هنا ايضا الكلمة « ديسالتر » - اي عشرة لترات ، وكلمة « ديكاد » اي عشرة ايام ... وكلمات اخرى . يتضح من هنا ان ديسمبر يحمل معنى « العاشر » . كيف يمكن شرح عدم التطابق هذا ؟

قال رئيس الاجتماع :

- حسنا ، والآن بقي لغز واحد .

١٢ - الحيلة الحسابية . لقد جاء دورى الاخير الثانى عشر . وسأقدم لكم حيلة حسابية على سبيل التغير وارجو منكم ان تبينوا اين يكمن سرها . فليكتب اى منكم ، وليكن مثلا رئيس جلستنا ، اى عدد ثلاثى على ورقة ودون ان أراه .

- هل يمكن ان تكون هناك اصفار في هذا العدد ؟

- لا اضع اى قيود . اى عدد ثلاثى يعجبكم .
- لقد كتبت . وماذا الآن ؟
- اكتب بجانبه نفس العدد مرة اخرى . سيحصل لديكم ،
بالطبع ، عدد سداسى .
- نعم ، عدد سداسى .
- ناول الورقة الى جارك ، الذى يجلس ابعد بالنسبة لى . واطلب
منه ان يقسم هذا العدد السداسى على سبعة .
- من السهل القول : اقسم على سبعة ، ولكن قد لا يقبل
العدد القسمة على سبعة .
- لا تخف سيقسم بدون باق .
- انت لا تعرف العدد ، ومع ذلك واثق من انه سيقسم على
سبعة .
- اقسم اولاً ، ثم مستكلم بعد ذلك .
- من حظك ان العدد قد قسم .
- اعط النتيجة لجارك بدون ان تقول لى شيئاً . وسيقسمه هو
على ١١ .
- تظن ان الحظ سيحالفك مرة اخرى ، وستقسم ؟
- اقسم ، ولن يتبقى باق .
- فعلاً لم يتبق باق ؛ والآن ماذا ؟
- ناول النتيجة لجارك . وليقسمه ... على ١٣ مثلاً .

— لقد أسأت الاختيار . فقليل من الاعداد تقسم على ١٣ بدون باق ... كلا ليس كذلك ، لقد قسمت بدون باق . انك لمحظوظ .
— اعطني الورقة التي كتبت عليها النتيجة ، ولكن اطوها بحيث لا ارى النتيجة .
وبدون ان يفتح الورقة ، اعطى رئيس الجلسة الورقة الى صاحب اللغز .

— نخذ منى الرقم الذى قد اخترته اولاً . اهو صحيح ؟
فاجاب هذا باندهاش وهو ينظر الى الورقة : صحيح .
— هذا هو العدد الذى اخترته فعلاً .. والآن بما ان كشف المتحدثين قد انتهى فلتسمحوا بان نختم اجتماعنا ، ولحسن الحظ قد انتهى المطر . وسيتم حل كل هذه الالغاز اليوم بعد العشاء .
وتستطيعون ان تقدموا الى الاوراق الحاوية على الاجابات .

حل الالغاز ١-١٢

- ١- تم بحث لغز السنجاب الذى فى المرج بالكامل سابقاً .
ننتقل الى اللغز التالى .
- ٢- لا يجب ، كما يفعل الكثيرون ، اعتبار ان ٨ كويكات قد دفعت مقابل ٨ قطع ، اى مقدار كويك واحد لكل قطعة .
لقد دفعت هذه النقود مقابل الثلث فقط من القطع الثمانية واستخدم

النار ثلاثة بنفس القدر . من هنا ينجم ان كل ال ٨ قطع قد
ثمنت بـ 3×8 ، اي ٢٤ كويكا وثمان القطعة الواحدة ٣
كويكات .

والآن يمكن حساب كم يبلغ نصيب كل فرد من الاشخاص
من النقود . فان سلوى تحصل على ١٥ كويكا ثمنا لخمس
قطع ، ولكنها استعملت الفرن لقاء ٨ كويكات ، اذن يتبقى لها
١٥ - ٨ ، اي ٧ كويكات . ويجب ان تتقاضى ثريا ٩
كويكات ثمنا لقطعها الثلاث من الحطب ، ولو طرحنا ٨ كويكات
ثمنا لاستخدامها الفرن ، فيكون المتبقى لها ٩ - ٨ اي كويك واحد .
وهكذا فعند التقسيم الصحيح يجب ان تأخذ سلوى
٧ كويكات ، ثريا كويكا واحدا .

٣- الاجابة على السؤال الاول - بعد كم يوم ستجتمع في
المدرسة كل الحلقات الخمس في آن واحد ، يمكن الاجابة على
ذلك ببساطة لو استطعنا ان نجد اصغر عدد من كل الاعداد التي
تقسم بدون باق على ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ . ومن السهل ان نقول
ان هذا العدد هو ٦٠ . اذن ففي اليوم ٦١ ستجتمع مرة ثانية كل
الحلقات الخمس : حلقة الحدادة بعد ٣٠ فترة ثنائية الايام ، النجارة
بعد ٢٠ فترة ثلاثية الايام ، التصوير بعد ١٥ فترة رباعية الايام ،
الشطرنج بعد ١٢ فترة خماسية الايام والكورال بعد ١٠ فترات سداسية
الايام . لا يمكن اقامة مثل هذه الحفلة قبل مرور ٦٠ يوما . وستقام

الحفلة المماثلة التالية التى ستجتمع فيها كل الحلقات الخمس بعد مرور ٦٠ يوما ، اى فى ربيع السنة التالى .
وهكذا يتضح خلال ربيع السنة الاول ان هناك أمسية واحدة تجتمع فيها بالنادى مرة ثانية كل الحلقات الخمس للدراسة .
والاصعب من ذلك ايجاد اجابة على السؤال الثانى فى المسألة وهو : كم سيكون عدد الامسيات التى لن تجتمع فيها اى من الحلقات ؟ لكى نبحث عن هذه الايام ، يلزم كتابة كل الاعداد من ١ الى ٩٠ بالترتيب ، ونحذف فى هذا الصف ايام عمل حلقة الحدادة اى الاعداد ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ .. الخ . ثم نحذف ايام عمل حلقة النجارة : الرابع والسابع والعاشر .. الخ ، وبعد ان نحذف ايام عمل حلقات التصوير ، والشطرنج ، والكورال ، تبقى تلك الايام من ربيع السنة الاول التى لا تعمل فيها ولا حلقة . من يقوم بهذا العمل سيتأكد من ان عدد الامسيات التى لن تعمل فيها الحلقات خلال ربيع السنة الاول سيكون كثيرا وهو : ٢٤ . وسيلفج عددها فى يناير ٨ امسيات وبالتحديد الثانى ، والثامن ، والاثنى عشر ، والرابع عشر ، والثامن عشر ، والعشرين ، والرابع والعشرين ، والثلاثين منه . وفى فبراير توجد ٧ من هذه الايام ، وفى مارس ٩ منها .

٤ - كلاهما عد عددًا متساويًا من المارة . على الرغم من ان الشخص الذى كان يقف عند البوابة عد الذين يمرون فى كلا

الاتجاهين ، ولكن الذى كان يتمشى رأى عددا من المارة يزيد
بمرتين على ما رآه الآخر .

يمكن ان نفكر بطريقة ثانية . عندما عاد الشخص ، الذى كان
يتمشى على الرصيف لاول مرة الى رفيقه الواقف فانهما قد عدا عددا
متساويا من المارة ، فكل فرد مر امام الواقف قابل ايضا (فى هذا
او ذاك الاتجاه من الطريق) الشخص الذى يسير (وبالعكس) .
وكل مرة عاد فيها الذى يسير الى رفيقه الواقف ، فان الذى كان
يسير عد ايضا عددا من المارة مساويا لما عده الواقف . نفس الشيء
كان فى نهاية الساعة عندما تقابلا لآخر مرة ، وابلغ كل منهما
للآخر نتيجة العد .

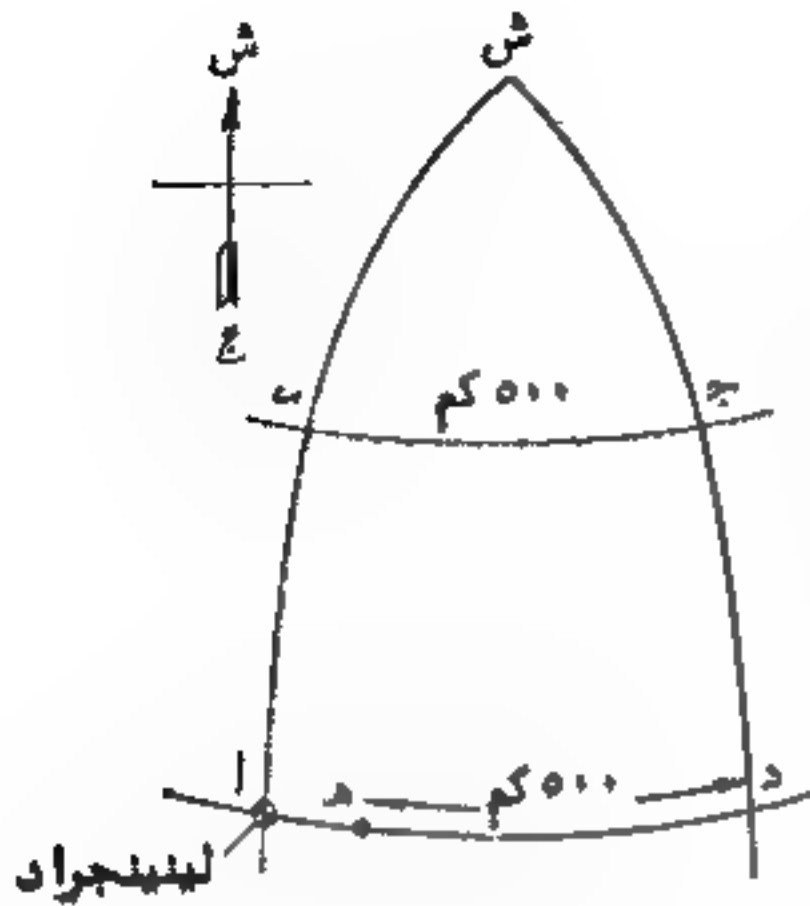
٥ - من النظرة الاولى قد يبدو فعلا ان المسألة وضعت خطأ :
يتتبع كما لو كان الحفيد والجدة من سن واحدة . ولكن مطلوب
المسألة ، كما سنرى الآن ، يتحقق ببساطة .

من الواضح ان الحفيد قد ولد فى القرن العشرين . اول رقمين
فى سنة ميلاده بالتالى هما ١٩ وهو عدد المئات . العدد المكون
من الارقام الاخرى بجمعها على نفس العدد يجب ان تكون ٣٢ .
هذا يعنى ان العدد هو ١٦ وسنة ميلاد الحفيد هى ١٩١٦ ، وكان
فى عام ١٩٣٢ يبلغ السادسة عشرة من العمر .

وجده ولد ، بالطبع ، فى القرن التاسع عشر ، واول رقمين من
سنة ميلاده هما ١٨ ، العدد المضاعف المتكون من الارقام الاخرى

يجب ان يكون ١٣٢ . هذا
يعنى ان نفس هذا العدد
يساوى نصف ١٣٢ ، اى
٦٦ . اى ان الجد قد ولد
فى سنة ١٨٦٦ وكان فى عام
١٩٣٢ يبلغ السادسة والستين
من العمر .

وهكذا فان عمرى الحفيد
والجد فى سنة ١٩٣٢ كانا
يتمثلان بالعدد المتكون من
الرقمين الاخيرين من ستى
ميلادهما .



شكل ٣

٦- فى كل محطة من المحطات ال ٢٥ يمكن ان يطلب
المسافرون تذكرة لاي من المحطات ، اى الى ٢٤ نقطة . اى انه
يجب طبع $25 \times 24 = 600$ تذكرة مختلفة .

واذا ما كان الركاب يستطيعون الحصول على تذاكر ليس فى
اتجاه واحد فقط (ذهابا) ، ولكن عند الرغبة يمكنهم ان يحصلوا على
تذاكر عودة (ذهابا وايابا) وفى هذه الحالة يرتفع عدد اشكال التذاكر
مرتين ، اى يكون من اللازم توفر ١٢٠٠ شكل مختلف .

٧- هذه المسألة لا تحتوى على اية تناقضات . لا يجب ان
نفهم ان طائرة الهليكوبتر طارت على محيط مربع . اذ لا بد وان

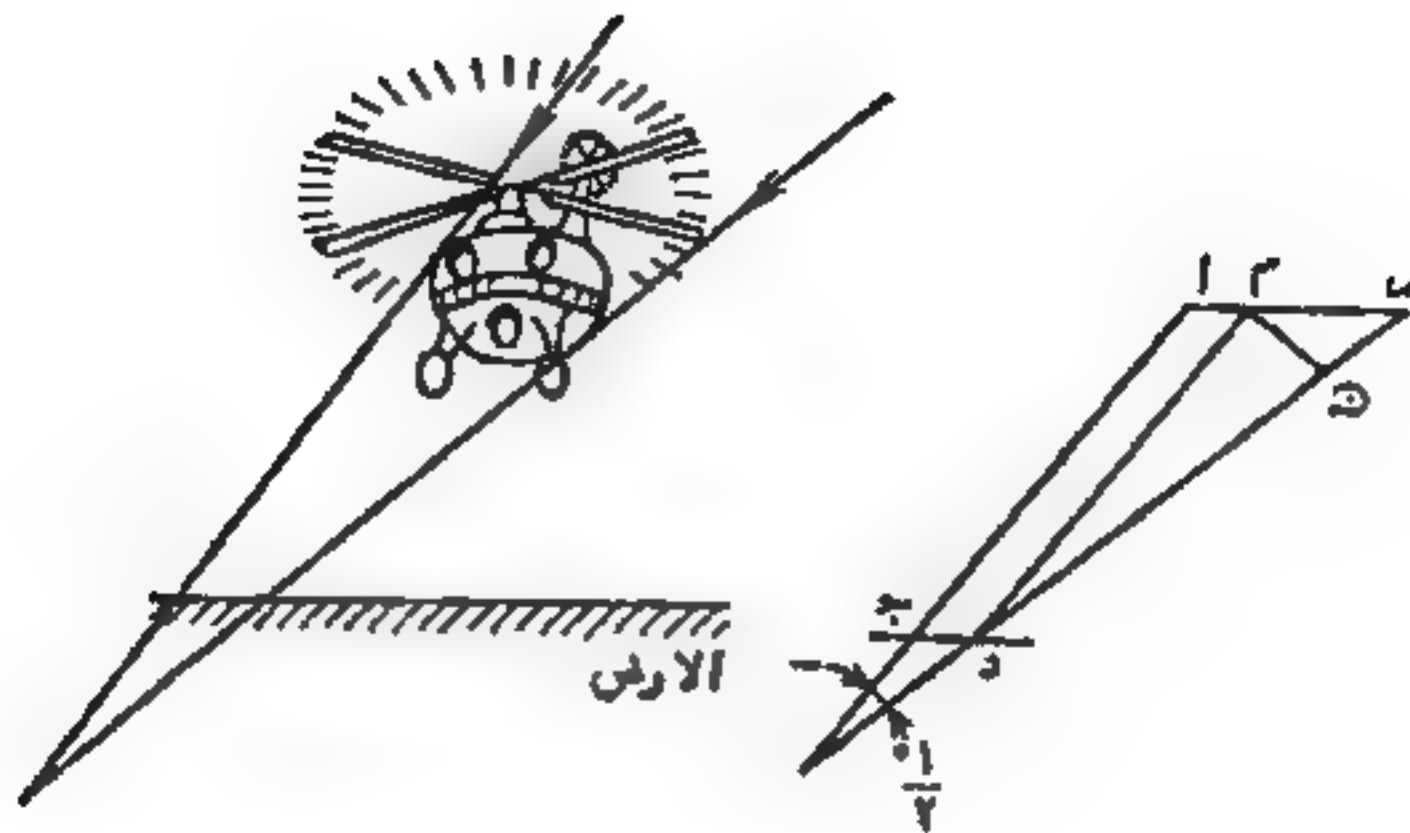
نأخذ في الاعتبار الشكل الكروي للأرض . وتتركز الفكرة في أن خطوط الطول تقترب من بعضها في الشمال (شكل ٣) ، ولذلك فبقطع ٥٠٠ كم على محيط دائرة متوازية واقعة على بعد ٥٠٠ كم شمال خط العرض الواقعة عليه مدينة لينينجراد تكون طائفة الهليكوبتر قد ابتعدت إلى الشرق بعدد كبير من الدرجات ، أكثر من التي قد قطعها في الاتجاه المضاد إلى أن يصل إلى خط العرض الذي تقع عليه مدينة لينينجراد . ونتيجة لذلك فبانتهاء الهليكوبتر للطيران يكون إلى الشرق من مدينة لينينجراد .

ولكن إلى أي مدى شرقا ؟ هذا يمكن حسابه . ترون على الشكل ٣ خط سير الهليكوبتر ١ ب ج د هـ . نقطة ش — القطب الشمالي . وفي هذه النقطة يتقابل خطا الزوال ١ ب ، د ج . قطع الهليكوبتر أولا ٥٠٠ كم إلى الشمال ، أي بخط الزوال ١ ش . ونظرا لأن طول درجة خط الزوال ١١١ كم فإن قوس خط الزوال البالغ ٥٠٠ كم يحتوي على $\frac{500}{111} \approx 4,5^\circ$. وتقع لينينجراد على خط العرض الستين ، وهذا يعني أن نقطة ب تقع على خط عرض $60^\circ + 4,5^\circ = 64,5^\circ$. ثم طارت الهليكوبتر إلى الشرق ، أي بخط العرض ب ج وقطع عليه ٥٠٠ كم . ويمكن بحساب طول درجة واحدة على خط العرض هذا (او معرفتها من الجداول) وهو يساوي ٤٨ كم تقريبا . وهنا من السهل تحديد كم عدد الدرجات التي طارها الهليكوبتر إلى الشرق $\frac{500}{48} \approx 10,4^\circ$. ثم طارت الهليكوبتر إلى

الجنوب، اى على خط الزوال ج د ، وبعد ان قطعت ٥٠٠ كم .
 كان يجب ان تكون مرة اخرى على خط عرض لينينجراد . والآن
 الطريق يقع الى الغرب ، اى على ا د ؛ ٥٠٠ كم من هذا الطريق ،
 من المحتمل انها اقصر من المسافة ا د . فى المسافة ا د يقع عدد
 من الدرجات مساو لما يقع فى ب ج ، اى ١٠,٤° . ولكن طول
 ١° على خط العرض ٦٠° يساوى تقريبا ٥٥,٥ كم . وبالتالي فان
 المسافة ما بين ا و د تساوى $٥٥,٥ \times ١٠,٤ \approx ٥٧٧$ كم . نرى
 من ذلك ان الهليكوبتر لم تستطع الهبوط فى لينينجراد ، فهى لم
 تقطع مسافة ٧٧ كم اللازمة لكى يصل الى لينينجراد ، اى انها
 وصلت فوق بحيرة لادوجسكوية وما كانت تستطيع الهبوط سوى
 على الماء .

٨- الذين تحدثوا حول هذه المسألة ارتكبوا عدة اخطاء .
 فمن الخطأ القول ان اشعة الشمس الساقطة على الكرة الارضية تتفرق
 بشكل ملحوظ . الارض صغيرة جدا اذا ما قورنت بالمسافة ما
 بينها وبين الشمس ، بحيث يمكن اعتبار ان اشعة الشمس الساقطة
 على جزء ما من سطحها تتفرق بزاوية لا يمكن حسابها وبالتالي يمكن
 عمليا اعتبار ان هذه الاشعة متوازية . وما نراه فى بعض الاحيان
 (ما يسمى « الانتشار من خلف السحب ») من انتشار اشعة الشمس
 كمروحة اليد ، ليست سوى نتيجة المنظور .

ففى المنظور تبدو الخطوط المتوازية كأنها متقابلة ، ولتذكروا



شكل ٤

منظر القضبان الداهية الى بعد او منظر الممر المشجر الطويل .
ولكن ، نظرا لان اشعة الشمس تسقط على الارض بحزم
متوازية ، فلا ينجم من ذلك بتاتا ان الظل الكامل للهليكوبتر يساوي
نفس الهليكوبتر في العرض . وبالنظر الى شكل ٤ ستفهمون ان
الظل الكامل للهليكوبتر في الفضاء يتضاءل في اتجاه الارض ،
بالتالى ، فان الظل الذى يكونه على سطح الارض ، يجب ان
يكون اضيق من نفس الهليكوبتر : ج د اصغر من ا ب .
لو عرفنا ارتفاع الهليكوبتر فيمكن حساب مقدار ضخامة هذا
الفرق . لنفرض ان الهليكوبتر تطير على ارتفاع ١٠٠ م فوق سطح
الارض . فالزاوية المصنوعة بالمستقيمين ا ج ، ب د بينهما ، تساوى

الزاوية التي ترى بها الشمس من الارض . وهذه الزاوية معروفة وهي :
حوالى $\frac{1}{4}^\circ$. من جهة اخرى ، من المعلوم ان اى جسم مرئى بزاوية
 $\frac{1}{4}^\circ$ يبعد عن العين بـ ١١٥ مرة من عرضه . وهذا يعنى ان جزء
المستقيم م د (هذا المستقيم يرى من سطح الارض بزاوية $\frac{1}{4}^\circ$)
يجب ان يكون الجزء الـ $\frac{1}{115}$ من ا ج . وقيم ا ج اكبر من المسافة
المائلة من ا حتى سطح الارض . لو كانت الزاوية ما بين اتجاه
اشعة الشمس وسطح الارض تساوى 45° فان ا ج (عند ارتفاع
الهليكوپتر بمقدار ١٠٠ م) يكون ما يقرب من ١٤٠ م ، وبالتالي ،
يكون جزء المستقيم م د يساوى $\frac{140}{115} \approx 1.2$ م .

ولكن زيادة عرض الهليكوپتر على عرض الظل ، اى ان جزء
المستقيم م ب اكبر من م د ، وبالذات اكبر منه بـ ١.٤ مرة ،
نظرا لان الزاوية م ب د تقريبا تساوى بدقة 45° . وبالتالي م ب يساوى
 1.2×1.4 ، وهذا يعطى ١.٧ م تقريبا .

ان كل ما قلناه ينسب الى الظل الكامل للهليكوپتر - الظل
الاسود والقوى ، وليس له علاقة بما يسمى بشبه الظل ، الضعيف
والمهوش .

وبيين حسابنا ، بالمناسبة بأنه لو كان فى مكان الهليكوپتر
كرة غير كبيرة ذات قطر اقل من ١.٧ م ، فانها لم تكن لتصنع
ظلا ابدا ولكن قد ظهر شبه ظلها المهوش فقط .

٩ - تحل هذه المسألة من النهاية . سنبدأ بالقول انه بعد كل الانتقالات اصبحت عدد اعداد الكبريت في الاكوام متساويا . وبما انه لم يتغير نتيجة لهذه الانتقالات العدد الكلي لاعداد الكبريت وظل كما هو كان سابقا (٤٨) ، فاذن اصبحت في كل كومة في نهاية كل الانتقالات ١٦ عودا وهكذا يكون لدينا في النهاية .

الكومة الاولى الكومة الثانية الكومة الثالثة

١٦ ١٦ ١٦

وقبل ذلك مباشرة اضيف الى الكومة الاولى عدد اعداد مساو لما كان فيها قبل ذلك ، وبقول آخر قد تضاعف عدد الاعداد فيها . وهذا يعنى انه قبل الانتقال الاخير كان في الكومة الاولى ليس ١٦ عودا ولكن ٨ اعداد فقط . اما في الكومة الثالثة التي اخذت منها ٨ اعداد فكان فيها قبل ذلك $١٦ + ٨ = ٢٤$ عودا .

والآن يكون لدينا توزيع الاعداد على الاكوام كالآتي :

الكومة الاولى الكومة الثانية الكومة الثالثة

٨ ١٦ ٢٤

ثم نحن نعرف انه قبل ذلك نقل من الكومة الثانية الى الكومة الثالثة عدد من الاعداد ، مثل الذي كان في الكومة الثالثة . اى ٢٤ عودا وهو ضعف عدد الاعداد التي كانت قبل ذلك في الكومة الثالثة . من هنا نعرف توزيع الاعداد بعد الانتقال الاول .

الكومة الاولى الكومة الثانية الكومة الثالثة

$$8 \quad 16 + 12 = 28 \quad 12$$

من السهل ان نعرف انه قبل الانتقال الاول (اي قبل ان ينقل من الكومة الاولى الى الكومة الثانية عدد من الاعواد مساو لما في هذه الكومة الثانية) - كان توزيع الاعواد كالاتى :

الكومة الاولى الكومة الثانية الكومة الثالثة

$$22 \quad 14 \quad 12$$

هذه هي اعداد اعواد الكبريت الاولى في الاكوام .

١٠ - من الاسهل حل هذا اللغز من النهاية ايضا . نحن نعرف انه بعد المضاعفة الثالثة اصبح في المحفظة روبلا واحدا و ٢٠ كوبيكا (هذه النقود اخذها العجوز في آخر مرة) . كم اذن من النقود كان قبل هذه المضاعفة ؟ بالطبع ٦٠ كوبيكا بعد ان دفع للعجوز روبلا واحدا و ٢٠ كوبيكا الثانية . وقبل الدفع كان في المحفظة روبل واحد و ٢٠ كوبيكا + ٦٠ كوبيكا = روبل واحد و ٨٠ كوبيكا .

ثم ان الروبل الواحد و ٨٠ كوبيكا كانت في المحفظة بعد المضاعفة الثانية . قبل ذلك كان كل الموجود ٩٠ كوبيكا . وهو الباقي بعد ان دفع للعجوز روبلا واحدا و ٢٠ كوبيكا . من هنا نعرف انه كان يوجد في المحفظة قبل ان يدفع للعجوز ٩٠ كوبيكا +

+ روبل واحد و ٢٠ كويكا = روبلان و ١٠ كويكات . وكانت هذه النقود في المحفظة بعد أول مضاعفة ، وقبل ذلك كان هناك أقل منها بمرتين أي روبل واحد و ٥ كويكات . هذه هي النقود التي بدأ بها القروي عملياته الاقتصادية الفاشلة . فلتحقق من النتيجة .

النقود في المحفظة

بعد أول مضاعفة . . . روبل واحد (ر) و ٥ كويكات (ك) ×

$$2 \times 2 = 4 \text{ ر و } 10 \text{ ك}$$

بعد أول دفع . . . ٢ ر و ١٠ ك - ١ ر و ٢٠ ك = ٩٠ ك

بعد ثاني مضاعفة . . . ٩٠ ك × ٢ = ١ ر و ٨٠ ك

بعد ثاني دفع . . . ١ ر و ٨٠ ك - ١ ر و ٢٠ ك = ٦٠ ك

بعد ثالث مضاعفة . . . ٦٠ ك × ٢ = ١ ر و ٢٠ ك

بعد ثالث دفع . . . ١ ر و ٢٠ ك - ١ ر و ٢٠ ك = صفر

١١ - يعود تقويمنا إلى أيام الرومان القدماء . إذ كان الرومان

(قبل يوليوس قيصر) ، يعتبرون بداية السنة ليس أول يناير وإنما

أول مارس . إذن كان ديسمبر عندئذ الشهر العاشر . وعند نقل

بداية السنة إلى أول يناير لم تتغير أسماء الأشهر . ومن هنا ظهر

عدم التطابق ما بين الاسم والرقم بالترتيب ، الذي يوجد الآن لعدد

من الشهور .

اسم الشهر	معنى التسمية	الرقم بالترتيب
سبتمبر	السابع	٩
أكتوبر	الثامن	١٠
نوفمبر	التاسع	١١
ديسمبر	العاشر	١٢

١٢ - فلنتتبع ما الذى صنع بالعدد المختار . قبل كل شيء كتب بجانبه العدد الثلاثي الذى اختير مرة اخرى . هذا هو نفس الشيء لو كتبنا بجانب العدد المختار ثلاثة اصفار ثم اضعفنا الى العدد المتكون العدد الاول ، فمثلا :

$$٨٧٢ + ٨٧٢٠٠٠ = ٨٧٢٨٧٢$$

والآن اتضح ما الذى تم عمله مع العدد المختار ، وهو اننا ضاعفناه بمقدار ١٠٠٠ مرة ، وبالإضافة الى ذلك اضعفنا اليه نفس العدد ، وباختصار ، ضربنا العدد الاصلى فى ١٠٠١ . ما الذى فعلناه بعد عملية الضرب هذه ؟ قسمناه بعد ذلك على التوالى على ٧ ثم على ١١ ثم على ١٣ ، ومعناه فى نهاية المطاف اننا قسمناه على $٧ \times ١١ \times ١٣$ أى على ١٠٠١ . وهكذا ضربنا العدد المختار اولا فى ١٠٠١ ثم قسمناه على

١٠٠١ . هل عندئذ يلزم التعجب اذا كانت النتيجة هي نفس العدد المختار ؟



وقبل ان ننهي باب الالغاز في بيت الراحة ، سأحدث عن ثلاث حيل حسابية تستطيعون بها ان تشغلوا وقت فراغ رفاقكم . وتكون اثنتان من تلك الحيل في تحزير الاعداد ، والحيلة الثالثة في تحزير اصحاب الاشياء .

انها حيل قديمة وقد تكون معروفة لديكم ولكن قد لا يعرف الجميع على اى اساس وضعت هذه الحيل . ولا يمكن تنفيذها بوعى وادراك بدون معرفة الاسس النظرية للحيلة . ويتطلب اثبات الحيلتين الاوليتين القيام برحلة متواضعة وغير متعبة تماما في مجال مبادئ الجبر .

١٣ - الرقم المحذوف . دع رفيقك يختار اى عدد كثير الارقام وعلى سبيل المثال ٨٤٧ . ودعه يوجد مجموع ارقام هذا العدد $(٨ + ٤ + ٧) = ١٩$ ، وان يطرح المجموع من العدد المختار ، سيكون العدد :

$$٨٢٨ = ١٩ - ٨٤٧$$

دعه يشطب رقما واحدا من العدد الذى حصل عليه وليس من المهم اى رقم منها ويقول لكم ما تبقى . اذكروا له فى الحال

الرقم الذى شطب على الرغم من انكم لا تعرفون العدد الذى اختاره ولم تروا ماذا صنع به .

كيف تستطيعون القيام بذلك وفيما يكمن حل الحيلة ؟
 يتم ذلك بكل بساطة : يبحث عن الرقم الذى يكون مع المجموع الذى قيل لكم اقرب عدد يقسم على ٩ بدون باق . اذا كان مثلا قد حذف من العدد ٨٢٨ الرقم الاول (٨) وذكرت لكم الارقام ٢ و ٨ فانه بجمع $٨ + ٢$ يمكننا معرفة انه الى اقرب عدد يقسم على ٩ ، اى الى العدد ١٨ يلزم العدد ٨ . وهذا هو الرقم المحذوف .
 لم يحدث ذلك ؟ لانه اذا طرحنا من اى عدد مجموع ارقامه ، فيجب ان يبقى العدد الذى يقسم على ٩ ، وبتعبير آخر ، يتبقى ذلك العدد الذى يقسم مجموع ارقامه على ٩ . وفعلا فلنفرض انه فى العدد المختار يكون الرقم أ للمئات و ب - رقم العشرات و ح - رقم الاحاد . هذا يعنى ان فى هذا العدد توجد الاحاد الآتية :

$$١٠٠ أ + ١٠ ب + ح$$

فلنطرح من هذا العدد مجموع ارقامه $أ + ب + ح$. ونحصل على :
 $١٠٠ أ + ١٠ ب + ح - (أ + ب + ح) = ٩٩ أ + ٩ ب = ٩ (١١ أ + ب)$
 ولكن $٩ (١١ أ + ب)$ ، بالطبع يقسم على ٩ . وهذا يعنى انه عندما يطرح مجموع ارقامه فدائما لايد وان نحصل على عدد يقسم على ٩ بدون باق .

عند تنفيذ الحيلة قد يحدث ان يكون مجموع الارقام المذكورة لك قابلة نفسها للقسمة على ٩ (مثلا ٤ و ٥) . فهذا يدل على ان الرقم المحذوف هو اما صفر أو ٩ . وهكذا يجب ان تجيب : صفر أو ٩ .

واليكم الآن نفس الحيلة ولكنها في شكل مختلف : بدلا من ان يطرح من العدد المختار مجموع ارقامه ، يمكن طرح الرقم الناتج من هذا العدد بواسطة تغيير وضع ارقامه . مثلا من العدد ٨٢٤٧ يمكن طرح ٢٧٤٨ (اذا ما حصلنا على عدد اكبر من المختار فيطرح الاصغر من الاكبر) . ثم يتم عمل نفس الشيء الذى تحدثنا عنه قبل ذلك $8247 - 2748 = 5499$. لو شطب الرقم ٤ ، فبمعرفة الارقام ٥ ، ٩ ، ٩ لا بد وان تعرف ان اقرب الاعداد $5 + 9 + 9$ اى ٢٣ ، الذى يقسم على ٩ هو ٢٧ . وهذا يعنى ان الرقم المحذوف هو $27 - 23 = 4$.

١٤ - ان تحزر العدد بدون السؤال عن اى شيء . لتقترح على رفيقك ان يختار اى عدد ثلاثى لا ينتهى بصفر (شرط ان لا يقل الفرق ما بين الرقمين الاول والاخير عن ٢) ، واطلب بعد ذلك منه ان يضع الارقام فى نظام عكسى . بعمل ذلك يجب عليه ان يطرح العدد الاصغر من الاكبر ويتم جمع الفرق المحصول عليه معه ، ولكن يكتب فى تسلسل عكسى للارقام . وبدون ان تسأل اى شيء من رفيقك يمكن ان تقول له العدد الذى نتج لديه فى النهاية .

إذا كان قد اختير مثلاً العدد ٤٦٧ ، فإن رفيقك لابد وان يقوم
بالعمليات التالية :

$$\begin{array}{r} ٢٩٧ \\ ٧٩٢ \\ \hline ١٠٨٩ \end{array} + \begin{array}{r} ٧٦٤ \\ ٤٦٧ \\ \hline ٢٩٧ \end{array} , ٧٦٤ , ٤٦٧$$

وتقوم بإبلاغه هذه النتيجة النهائية - ١٠٨٩ فكيف يمكن ان
تعرفها ؟

لنبحث المسألة في شكلها العام . ولنأخذ العدد المؤلف من
الارقام أ ، ب ، ح ، بحيث ان أ اكبر من ح على اقل تقدير
بائنين . هذا العدد يكتب عندئذ كالاتى :

$$١٠٠ أ + ١٠ ب + ح$$

العدد ذو الوضع العكسى للارقام يحمل الشكل الآتى :

$$١٠٠ ح + ١٠ ب + أ$$

الفرق بين الاول والثانى يساوى :

$$٩٩ أ - ٩٩ ح$$

نقوم بالتحويل الآتى :

$$\begin{aligned}
 & 99 - أ - 99 - ح - 99 - (أ - ح) - 100 - (أ - ح) - (أ - ح) - 100 \times \\
 & (أ - ح) - 100 - 100 + 100 - 100 + 100 - أ - ح = 100 - (أ - ح) \\
 & - (أ - ح) - 100 + 90 + (1 - ح - أ + ح)
 \end{aligned}$$

وهذا يعنى ان الفرق يتكون من الارقام الثلاثة الآتية :

رقم المئات : أ - ح - 1

رقم العشرات : 9

رقم الاحاد : 10 + ح - أ

والعدد ذو الوضع العكسى للارقام يكتب كالاتى :

$$100 (10 + ح - أ) + 90 + (أ - ح - 1)$$

بجمع الصيغتين :

$$\begin{aligned}
 & 100 (أ - ح - 1) + 90 + 10 + ح - أ \\
 & + 100 (10 + ح - أ) + 90 + أ - ح - 1
 \end{aligned}$$

نحصل على

$$1089 = 9 + 180 + 9 \times 100$$

وهكذا فبغض النظر عن الارقام المختارة أ ، ب ، ح سنحصل دائماً على عدد واحد هو 1089 . ومن السهل لذلك معرفة نتيجة هذه الحسابات : اذ انك تعرفها مسبقا .

من المفهوم ، انه لا ينبغي عرض هذه الحيلة على شخص واحد مرتين لان السر سيكتشف .

١٥ - من أخذ ؟ وماذا ؟ لتنفيذ هذه الحيلة الذكية يلزم تحضير اى ثلاثة اشياء صغيرة يمكن وضعها بسهولة فى الجيب ، مثلا : اقلام رصاص ، مفتاح ، مطواة . بالاضافة الى ذلك ضع على المنضدة طبقا فيه ٢٤ بندقة ، اذ لم يكن هناك بندق فيمكن وضع ٢٤ من حجارة الطاولة او الدومينو او اعواد الكبريت .. وما شابه ذلك .

واطلب من ثلاثة من الرفاق ان يخفوا فى جيوبهم ، فى الوقت الذى ستختبىء فيه - القلم ، المفتاح او السكين ... كل يأخذ ما يريد . عليك انت ان تحزر اى الاشياء توجد فى جيب اى منهم .

عملية التحزير تتم كالآتى . برجوعك الى الحجرة بعد ان خبأ الرفاق الاشياء فى جيوبهم تبدأ من ان تعطيهـم بعض البندق من الطبق ليحفظوه لديهم . تعطى الاول بندقة واحدة ، والثانى - بندقتين ، والثالث - ثلاث بندقات . ثم تخرج مرة اخرى من الحجرة وتترك للرفاق ان يقوموا بالآتى : يجب على كل منهم ان يأخذ من الطبق بندق كالآتى : من معه القلم يأخذ مثل ما اعطى من بندق ، ومن معه المفتاح يأخذ اكثر بمرتين مما اعطى ، ومن معه السكين يأخذ اكثر باربع مرات مما اعطى .

اما البندقات الاخرى فتبقى فى الطبق .

عندما ينجز هذا كله واعطيت لك الاشارة للعودة ، انظر لى

دخولك الحجرة الى الطبق وقول اى الاشياء فى جيب اى منهم .

الحيلة تكون محيرة اكثر اذا كانت تتم بعدم وجود من يخبرك

سرا باشارات غير ملحوظة . وليس فى هذه الحيلة اى خدعة . اذ

تعتمد بكاملها على الحساب . انت تبحث عن اخذ الشئ بواسطة

عدد البندقات الباقية فى الطبق فقط . يبقى فى الطبق عدد غير

كبير من البندقات من ١ حتى ٧ ويمكن عدّها بنظرة واحدة . ولكن

كيف يمكن مع ذلك بمعرفة ما تبقى من بندقات ، من الذى اخذ

اى الاشياء ؟

ببساطة جدا : لكل حالة من توزيع الاشياء ما بين الرفاق يوجد

عدد مختلف من البندقات الباقية فى الطبق . وستأكد من ذلك

الآن .

لتفرض ان اسماء رفاقك الذين اعطيتهم بندقة و بندقتين ،

وثلاث بندقات هى على التوالى :

فلاديمير وجيورجى وكونستانتين . سنرمز لهم باول حرف من

الاسم ف ، ج ، ك . وسنرمز للاشياء ايضا بالحروف : قلم : أ ،

مفتاح : ب ، سكين : ح . كيف يمكن ان تتوزع ثلاثة اشياء

بين ثلاثة اشخاص ؟ بستة طرق :

ف	ج	ك
أ	ب	٦
أ	٦	٦
ب	٦	٦
ب	٦	٦
٦	٦	٦
٦	٦	٦

من الواضح انه لا توجد اى حالات اخرى ، ففي الجدول تبين كل التركيبات الممكنة .

فلننظر الآن اى البواقي يقابل كل واحد من هذه الحالات :

ف ج ك	عدد البندقات المأخوذة	المجموع	الباقى
أ ب ح	$١٢ = ١ + ١$, $٤ = ٢ + ٢$, $١٥ = ٣ + ١٢$	٢٣	١
أ ح ب	$١٢ = ١ + ١$, $٤ = ٢ + ٢$, $٩ = ٣ + ٦$	٢١	٣
ب أ ح	$١٢ = ٢ + ١$, $٤ = ٢ + ٢$, $١٥ = ٣ + ١٢$	٢٢	٢
ب ح أ	$١٢ = ٢ + ١$, $٤ = ٢ + ٢$, $٦ = ٣ + ٣$	١٩	٥
ح أ ب	$١٥ = ٤ + ١$, $٤ = ٢ + ٢$, $٩ = ٦ + ٣$	١٨	٦
ح ب أ	$١٥ = ٤ + ١$, $٤ = ٢ + ٢$, $٦ = ٣ + ٣$	١٧	٧

انت ترى ان الباقي من البندقات فى كل حالة مختلف .
ولذلك فبمعرفة الباى يمكن بسهولة تحديد توزيع الاشياء ما بين
الرفاق . وانت مرة اخرى - للمرة الثالثة تخرج من الحجرة وتنظر
هناك فى مذكرتك حيث كتب الجدول السابق (المطلوب فقط هو
العمود الاول والاخير) ولا داعى لان تذكرها غيا فهي عملية صعبة .
وسيبين لك الجدول اى الاشياء فى جيب من . لو تبقت على التطبيق
ه بندقات فان هذا يعنى (الحالة ب - ا) ان

المفتاح - مع فلاديمير

السكين - مع جيورجى

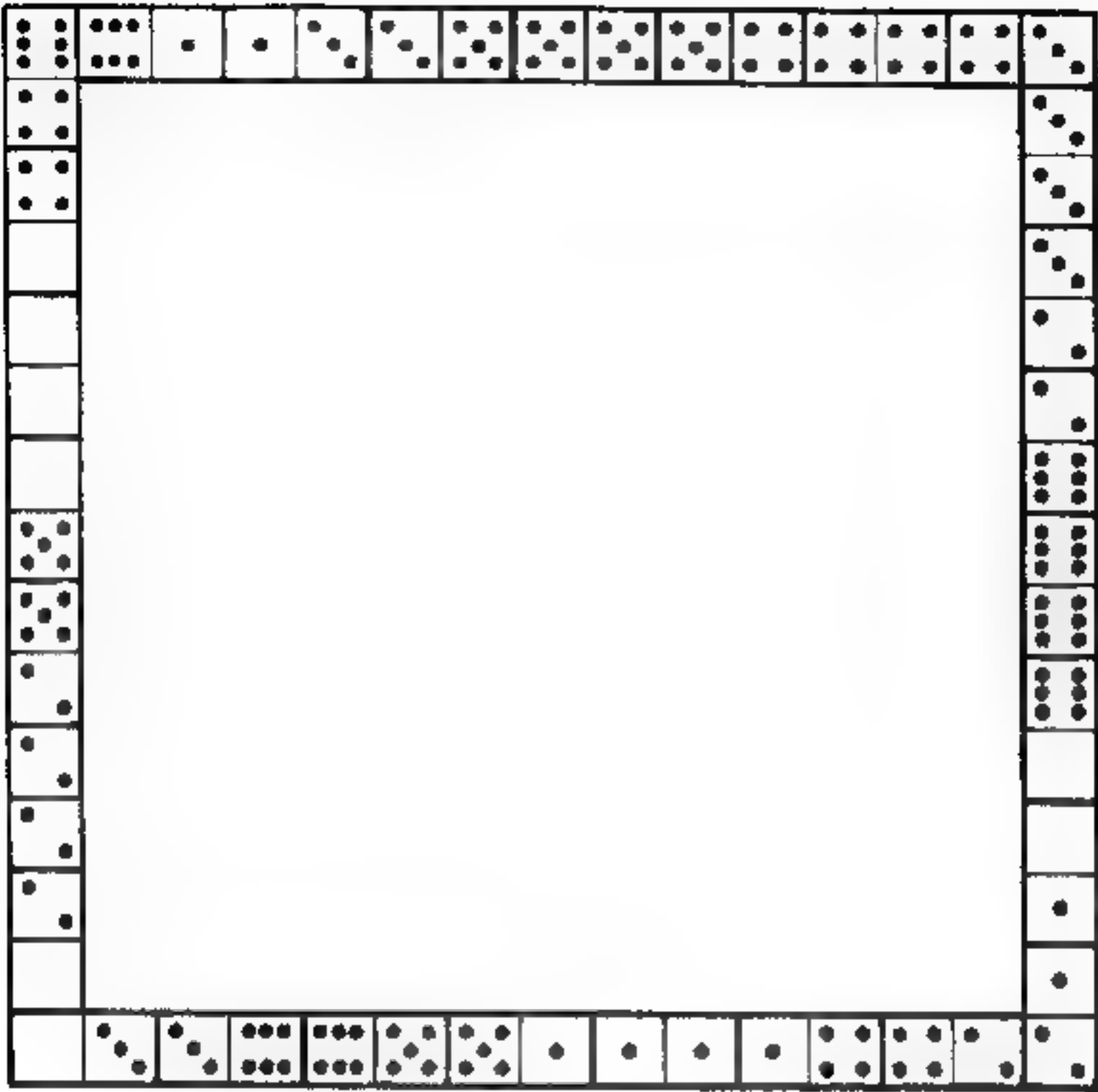
القلم - مع كونستانتين

لكى تنجح الحيلة لابد وان تذكر جيدا كم عدد البندقات التى
اعطيتها لكل واحد من الرفاق (اعط البندقات لذلك دائما تبعا
للابجدية كما فعلنا فى مثالنا هذا) .

الرياضيات فى الالعاب

الدومينو

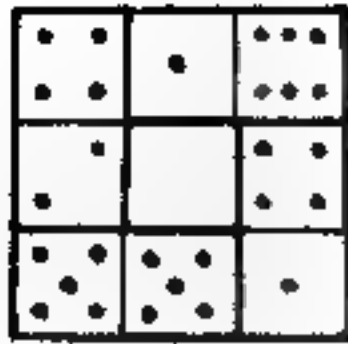
- ١٦ - سلسلة من ٢٨ قطعة دومينو . لم يمكن وضع ٢٨ قطعة دومينو مع مراعاة قواعد اللعبة فى سلسلة مستمرة واحدة ؟
- ١٧ - بداية السلسلة ونهايتها . عندما وضعت ٢٨ قطعة دومينو فى سلسلة ، كانت على احدى نهايتها ٥ نقط . كم من النقط يوجد على النهاية الاخرى ؟
- ١٨ - حيلة بواسطة الدومينو . يأخذ رفيقك احدى قطع الدومينو ويقترح عليك ان تصنع من ال ٢٧ قطعة الاخرى سلسلة مستمرة ، ويؤكد ان ذلك يمكن دائما مهما كانت القطعة المأخوذة . ويخرج هو الى الحجرة المجاورة لكى لا يرى السلسلة التى ستصنعها انت . وستبدأ انت العمل وتؤكد من ان رفيقك كان صادقا : ٢٧ قطعة دومينو وضعت فى سلسلة واحدة . والاكثر عجباً ان رفيقك وهو موجود فى الحجرة المجاورة ودون ان يرى السلسلة التى صنعتها يقول لك من هناك ما هو عدد النقط على نهايتى السلسلة .



شكل ٥

وكيف يمكنه معرفة ذلك ؟ ولماذا كان هو متأكدا من ان
 ال ٢٧ قطعة دومينو تشكل سلسلة مستمرة ؟

١٩ - الاطار . الشكل ٥ يمثل اطارا مربعا مصنوعا من قطع
 الدومينو مع المحافظة على قواعد اللعبة . واضلاع الاطار متساوية



شكل ٦

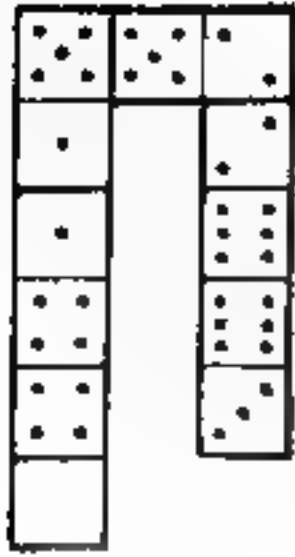
في الطول ، ولكنها غير متساوية بمجموع عدد النقاط ، اذ ان الصفين الاسفل والايمن يحتويان على ٤٤ نقطة اما الصفين الاخرين فيحتويان على ٥٩ و ٣٢ .

هل تستطيع ان تصنع مثل هذا الاطار ولكن بشرط ان يكون مجموع نقط كل الصفوف متساويا ويبلغ ٤٤ ؟

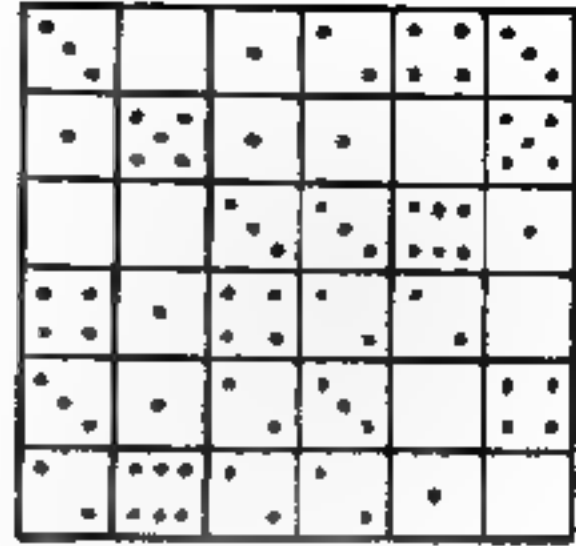
٢٠ - سبعة مربعات . يمكن اختيار اربع قطع دومينو بحيث يتكون منها مربع فيه عدد متساو من النقاط على كل ضلع (يمكن ان ترى على الشكل ٦ نمودجا لذلك ، وجميع النقاط على كل ضلع من اضلاع المربع تجد انه في جميع الحالات مساو (١١) .

هل تستطيع ان تصنع من كل قطع الدومينو في نفس الوقت سبعة مربعات مماثلة له ؟ لا يطلب ان يكون مجموع النقاط على كل ضلع واحدا في جميع المربعات ، يلزم فقط ان يكون عدد النقاط في كل ضلع من اضلاعه الاربعة واحدا .

٢١ - مربعات سحرية من قطع الدومينو . مبين على الشكل ٧ مربع يتألف من ١٨ قطعة دومينو يتميز بان مجموع نقط اي صف ، طولي او عرضي او قطري من صفوفه ، يكون واحدا هو : ١٣ . ومثل هذه المربعات تسمى منذ القدم « بالسحرية » .



شكل ٨



شكل ٧

المطلوب تكوين مثل هذه المربعات السحرية المكونة من ١٨ قطعة دومينو ، ولكن بمجموع آخر للنقط في الصف . و ١٣ - هو اصغر مجموع في صفوف المربع السحري المتكون من ١٨ قطعة ، واكبر مجموع هو ٢٣ .

٢٢ - متوالية من الدومينو . ترى على الشكل ٨ ست قطع دومينو وضعت تبعا لقواعد اللعبة وتختلف من حيث ان عدد النقط على القطع (على نصفى كل قطعة) يكبر بمقدار ١ . ويبدأ الصف من ٤ ويتكون من الاعداد الآتية للنقط :

٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩

مثل هذا الصف من الاعداد التى تتزايد (او تتناقص) بمقدار ثابت يسمى « بالمتوالية الحسابية » . فى الصف الذى لدينا يكون

كل عدد اكبر من سابقه ؛ ١ . ولكن فى المتوالية يمكن ان يكون
اى « فرق » آخر .

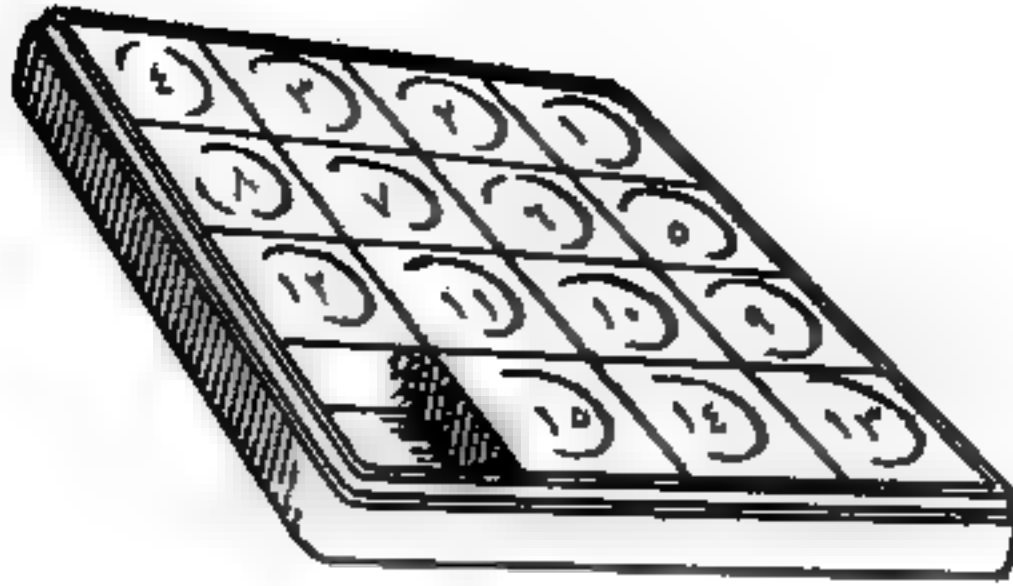
وتنحصر المسألة فى وجوب تكوين عدة متوالات من ست
قطع دومينو .

اللعبة فى ال ١٥ او « تاكن »

ان تأريخ اللعبة المعروفة ذات ال ١٥ مربعا المرقمة تأريخ طريف ،
قليل من يعرفه ممن يلعبون هذه اللعبة . سنورد هذا التأريخ كما
رواه باحث الالعاب الالمانى الرياضى ف . آريشس .

« منذ حوالى نصف قرن مضى ، فى اواخر السبعينيات ، ظهرت
فى الولايات المتحدة الامريكية « اللعبة فى ١٥ » . وقد انتشرت
بسرعة ونظرا لان عدد اللاعبين لابد وان يكون فرديا فقد تحولت
الى قاجعة اجتماعية حقا .

« ونفس الشئ لوحظ ايضا على الجانب الآخر من المحيط -
فى اوروبا . لقد كان من الممكن هنا رؤية المسافرين فى عربات
الترام وفى ايديهم العلب ذات ال ١٥ قطعة . وضع اصحاب المحلات
والمؤسسات من ولع عمالهم بهذه اللعبة ، واضطروا الى منعهم
من اللعب فى وقت العمل والتجارة . وقد استغل اصحاب مؤسسات
اللهو هذه اللعبة ونظموا مسابقات كبيرة فيها .



شكل ٩ . اللعبة فى ١٥

ولقد زحفت اللعبة حتى الى صالات الاحتفالات للرايخستاج
الالمانى . ويتذكر الجغرافى والرياضى المعروف زيجموند جيونتر
الذى كان نائبا فى زمن زحف وباء هذه اللعبة قائلا : « اتذكر حتى
هذه اللحظة الرجال الشيوخ فى الرايخستاج وقد ركزوا كل اهتمامهم
فى النظر الى اللعبة المربعة التى فى ايديهم » .

وكتب احد المؤلفين الفرنسيين : « ولقد وجدت هذه اللعبة فى
باريس مكانا تحت السماء المكشوفة ، وفى المنتزهات وانتشرت
بسرعة من العاصمة الى الاقاليم . « لم يكن هناك من بيت ريفى
منعزل لم يعيش فيه هذا العنكبوت متحفزا للفريسة التى ستقع فى
حيائله » .

« فى عام ١٨٨٠ وصلت حمى اللعبة ، كما يبدو ، الى ذروتها .
ولكن بعد ذلك وبسرعة انتصر سلاح الرياضيات على هذا الوحش .

لقد وجدت النظرية الرياضية للعبة انه من المسائل المختلفة التي يمكن ان تقترح يمكن حل نصفها فقط اما النصف الآخر فلا يمكن باى حال حله .

« وغدا واضحا لماذا لم تحل بعض المسائل على الرغم من الجهد العنيد ، ولماذا خصص منظمو المسابقات جوائز ضخمة لمن يحل المسائل . وفاق الجميع من هذه الناحية مخترع اللعبة نفسه الذى عرض على ناشر جريدة فى نيويورك ان يقدم لملحق يوم الاحد مسألة غير محلولة مع جائزة ١٠٠٠ دولار لمن يحلها ، وبما ان الناشر تردد فقد اعرب المخترع عن استعداده التام لان يدفع مبلغ الـ ١٠٠٠ دولار من جيبه الخاص . واسم المخترع سامويل (سام) لويدي . ولقد اكتسب شهرة واسعة كواضع للمسائل المسلية ومجموعة كبيرة من الالغاز . ومن الطريف انه لم يستطع الحصول فى امريكا على براءة اختراع اللعبة التى ألفها . وتبعاً للنظام كان يجب عليه ان يقدم « نموذجاً عاملاً » لاجراء التجارب عليه ، وقد اقترح على موظف مكتب براءة الاختراعات مسألة ، وعندما سأل الاخير هل هى تحل ام لا ، كان يجب على المخترع ان يقول « لا ، ان حلها رياضياً غير ممكن » . « فى هذه الحالة - يتبع الاعتراض - لا يمكن ان يكون هذا النموذج عاملاً وبدون نموذج لا يمكن اعطاء براءة الاختراع » . ولقد اكتفى لويدي بهذه النتيجة . ولكن

٤	٣	٢	١
٨	٧	٦	٥
١٢	١١	١٠	٩
	١٤	١٥	١٣

شكل ١١

٤	٣	٢	١
٨	٧	٦	٥
١٢	١١	١٠	٩
	١٥	١٤	١٣

شكل ١٠

ربما كان قد اتخذ موقفا أكثر الحاحا لو تنبأ بالنجاح الساحق لاختراعه * .

ونورد أدناه ما رواه مخترع اللعبة نفسه عن بعض الحقائق عن تأريخها :

« يذكر ساكنو مملكة الالغاز القدماء - يكتب لويد - كيف انني اجبرت كل العالم في بداية السبعينيات ان يشغل فكره بعلبه ذات مربعات متحركة عرفت باسم « اللعبة في ال ١٥ » (شكل ١٠) . خمس عشر قطعة كانت موضوعة في علبة مربعة في نظام صحيح وفقط المربعين ١٤ و ١٥ كان موضوع كل منهما مكان الآخر كما هو مبين على الشكل المرفق (شكل ١١) . وتركزت المسألة في انه بتحريك القطع على التوالي نوصلها الى الوضع العادي ، بحيث يصحح وضع القطعتين ١٤ و ١٥ .

* استخدم مارك توين هذا المشهد في روايته « المدعى الامريكى » .



شكل ١٢ » عن الموظفين المحترمين الذين يقضون ليالى مستمرة واقفين تحت مصابيح الاضاءة ... »

« ولم يحصل على الجائزة ذات الـ ١٠٠٠ دولار المقترحة لقاء اول حل صحيح لهذه المسألة اى احد ، على الرغم ان الجميع عكفوا على حل هذه المسألة بلا كلل . وتروى اقاويص مضحكة عن التجار الذين نسوا فتح محلاتهم من جراء هذا ، واقاويص عن الموظفين المحترمين الذين كانوا يقضون ليالى مستمرة تحت مصابيح الشارع ليجدوا الطريق الى الحل . لم يرغب احد فى ان يعدل عن البحث عن الحل حيث ان الجميع كانوا يشعرون بثقة فى النجاح المنتظر . ويقولون ان الملاحين اوقعوا سفنهم فى الاماكن

الضحلة من جراء هذه اللعبة ، وان سائقى القطارات لم يتوقفوا في
المحطات ، وان اصحاب المزارع اهتموا محاربتهم .



سنعرف القارئ ببداية نظرية هذه اللعبة . هي في شكلها الكامل
معقدة جدا وتقترب كثيرا من احد اقسام الجبر العالى (« نظرية
المحددات ») . وسنقتصر فقط على بعض المفاهيم التى صاغها
ف . أرينس .

« مسألة اللعبة تتركز عادة فى انه بواسطة التحريك المتوالى الممكن
بوجود مكان خال ، تنقل اى وضع ابتدائى لا ١٥ قطعة الى وضعها
الطبيعى اى الى ذلك الوضع الذى تكون عنده كل القطع مرتبة
حسب ارقامها : فى الزاوية العليا اليمنى ١ ، الى اليسار ٢ ، ثم
٣ ، وفى الزاوية العليا اليسرى ٤ ، ثم فى الصف الثانى من اليمنى
الى اليسار ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ وهكذا . وهذا الوضع "النهائى العادى
مبين على شكل ١٠ .

« فلتتخيل الآن الوضع عندما تكون ال ١٥ قطعة موضوعة بدون
نظام . يمكن دائما باجراء عدة نقلات وضع القطعة ١ فى مكانها
الذى تحتل على الرسم .

« وبنفس الشكل تماما يمكن دون المساس بالقطعة ١ ان
نضع القطعة ٢ فى المكان المجاور الى اليسار . ثم ، بدون المساس

بالقطعتين ١ و ٢ يمكن وضع القطعتين ٣ و ٤ في مكانهما الطبيعي ،
لو انهما بالصدفة لم يكونا في الصفين الرئيسيين الاخيرين ، فانه
من السهل توصيلهما لهذه المنطقة . ثم بواسطة عدة نقالات يمكن
الوصول الى النتيجة المرجوة . والآن الصف الاعلى ١ ، ٢ ، ٣ ،
٤ يتمتع بنظام ولن نمس هذا الصف في العمليات التالية لتحريك
القطع . بمثل هذه الطريقة نجتهد لان نوصل الصف الثانى الى
النظام ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ . ومن السهل التأكد انه يمكن الوصول الى
ذلك دائما . ثم فى محيط الصفين الاخيرين يلزم ان نضع القطعتين
٩ و ١٣ فى وضعهما الصحيح ، وهذا ايضا ممكن دائما . من كل
القطع التى وضعت فى مكانها السليم ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ،
٧ ، ٨ ، ٩ و ١٣ لا يجب تحريك ولا واحدة منها ويتبقى جزء
مكون من ستة مربعات احدها خال اما الخمسة الباقية فمشغولة
بالقطع ١٠ ، ١١ ، ١٢ ، ١٤ ، ١٥ فى نظام حر . فى حدود
هذا الجزء سداسى المكان ، يمكن دائما ان نضع القطع ١٠ ،
١١ ، ١٢ فى مكانها الصحيح . عندما نعمل ذلك نجد انه فى
الصف الاخير تكون القطعتان ١٤ ، ١٥ موضوعتين اما فى نظامهما
الطبيعى او العكسى (شكل ١١) . وبهذه الطريقة التى يمكن للقراء
ان يراجعوها عمليا نصل الى النتيجة الآتية .

« يمكن توصيل اى وضع ابتدائى اما الى وضع شكل ١٠
(وضع I) او شكل ١١ (وضع II) .

« اذا كان يمكن توصيل احد الاوضاع ، وللاختصار سنرمز له بالحرف س ، الى الوضع I ، فمن الواضح ان العكس صحيح اى ان ننقل الوضع I الى الوضع س . اذ ان كل تحركات القطع عكسية : فلو ان ، على سبيل المثال ، فى الدائرة I نستطيع ان نضع القطعة ١٢ فى المكان الخالى ، فيمكن لهذه الخطوة فى نفس الوقت ان تتم فى الاتجاه العكسى بحركات عكسية فى الاتجاه . » وهكذا ، تكون لدينا مجموعتان من الاوضاع ، بحيث ان اوضاع المجموعة الاولى يمكن ان تنقل الى الوضع العادى I ، اما المجموعة الثانية - فالى الوضع II . وبالعكس يمكن الحصول من الوضع العادى على اى وضع فى المجموعة الاولى ، ومن الوضع II - اى وضع من المجموعة الثانية . واخيرا ، اى وضعين تابعين لمجموعة واحدة يمكن ان يحولا كل الى الآخر .

« الا يمكن ان نسير قدما ونوحد هذين الوضعين I و II ؟ يمكن بدقة اثبات (دعنا لا ندخل فى التفاصيل) ان هذه الاوضاع لا تتحول واحدة الى اخرى باى عدد من النقلات . ولذلك فكل العدد الضخم لاضاع القطع ينتهى الى مجموعتين : (١) الى تلك التى يمكن تحويلها الى الوضع الطبيعى I ، وهذه الاوضاع محلولة . (٢) الى تلك التى يمكن ان تحول الى الوضع II وهى بالتالى لا يمكن تحويلها مهما كان الحال الى الوضع العادى : وهذه الاوضاع هى التى وضعت لحلها جوائز مالية ضخمة .

« كيف تعرف هل ينتمى هذا الوضع الى المجموعة الاولى او الثانية ؟ سيوضح المثال ذلك .
« لنبحث الوضع التالى .

« اول صف من القطع منتظم ، والثاني ايضا عدا القطعة الاخير (٩) . وهذه القطعة تحتل المكان ، الذى تحتله فى الوضع العادى القطعة ٨ . ويعنى ذلك ان القطعة ٩ تقف قبل القطعة ٨ : مثل هذا السبق فى النظام العادى يسمى « عدم نظام » . وعن القطعة ٩ سنقول : يوجد هنا عدم نظام ١ . بالنظر الى باقى القطع ، نلاحظ « سبق » بالنسبة للقطعة ١٤ ، هى موضوعة على ثلاثة اماكن (القطع ١٢ ، ١٣ ، ١١) قبل وضعها العادى ويوجد لدينا هنا ٣ عدم نظام (١٤ قبل ١٢ ، ١٤ قبل ١٣ ، ١٤ قبل ١١) . ولقد عددنا الى الآن $1 + 3 = 4$ عدم نظام . ثم القطعة ١٢ موضوعة قبل القطعة ١١ وكذلك ايضا القطعة ١٣ قبل القطعة ١١ . هذا يعطى ايضا ٢ عدم نظام . والمجموع يكون ٦ عدم نظام . بمثل هذه الطريقة يحدد العدد الكلى لعدم النظام لاي وضع على ان يخلى المربع الاخير فى الزاوية اليسرى السفلى مسبقا . اذا كان عدد عدم النظام كما هو فى الحالة التى نتكلم عنها زوجيا ، فان الوضع المعطى يمكن ان يوصل الى وضع نهائى عادى ، وبكلمات اخرى فان هذا الوضع ينسب الى الاوضاع المحلولة . اما اذا كان عدد عدم النظام فرديا فان الوضع ينسب الى المجموعة الثانية ، اى

للاوضاع غير المحلولة (صفر عدم نظام يعتبر عدد زوجي من عدم النظام) . «نظرا للوضوح الذي ادخل الى هذه اللعبة بواسطة الرياضيات ، لم يعد هناك مكان لحمى الشغف بهذه اللعبة . لقد وضعت الرياضيات نظرية كاملة لهذه اللعبة . نظرية لم تترك ولا نقطة واحدة — تدعو للشك . وتتوقف نتيجة اللعبة ليس على الصدق ولا الموهبة ، كما هو الحال في الالعب الاخرى ولكن على العوامل الرياضية التي تحددها بثقة تامة » . فلتوجه الآن الى الالغاز في هذا المجال . ها هي عدة مسائل ممكنة الحل والتي وضعها مخترع اللعبة .

٢٣ — اول مسألة للويد . من الوضع المبين على الشكل ١١ ، حول القطع الى وضعها الصحيح ولكن بمكان خال في الزاوية العليا الى اليمين (شكل ١٣) .

٢٤ — ثاني مسألة للويد . من الوضع المبين على الشكل ١١

١	٥	٩	١٣
٢	٦	١٠	١٤
٣	٧	١١	١٥
٤	٨	١٢	

شكل ١٤

٣	٢	١	
٧	٦	٥	٤
١١	١٠	٩	٨
١٥	١٤	١٣	١٢

شكل ١٣

ادر العلبة ربع دورة وحرك القطع الى ان تأخذ الوضع المبين على الشكل ١٤ .

٢٥- ثالث مسألة اللويد . بتحريك القطع تبعا لقوانين اللعبة
من الوضع على شكل ١١ ، حول العلبة الى « مربع سحرى » ، وهذا
يعنى ان تضع القطع بحيث يكون مجموع الاعداد فى كل الاتجاهات
مساويا ٣٠ .

لعبة الكروكيت

بدراسة الالغاز التى تنسب الى الدومينو ولعبة ال ١٥ كنا ضمن
حدود الحساب . ولكننا بالانتقال الى الالغاز على ملعب الكروكيت
ندخل جزئيا الى ميدان الهندسة .

اقترح على لاعبي الكروكيت المسائل الخمس الآتية :
٢٦- المروور خلال المرمى او اجراء كروكيت (اصطدام

كرتين) ؟

ان المرمى الكروكيتى مستطيل الشكل . ويبلغ عرضه ضعف
قطر الكرة . فى مثل هذه الظروف ما هو الاسهل : هل المروور ،
بحرية وبدون الاصطدام بالسلك من احسن وضع فى المرمى ام
الاصطدام بالكرة من مثل تلك المسافة (يحدث اصطدام الكرتين) ؟
٢٧- الكرة والعمود . يبلغ سمك عمود الكروكيت من الاسفل

- ٦ سم ، وقطر الكرة ١٠ سم . كم مرة اسهل ان تصطدم بالكرة من ان تصطدم من نفس المسافة بالاسفين (تطعن نفسها) ؟
- ٢٨- المروور من المرمى او الطعن ؟ الكرة اضيق بمرتين من المرمى المستطيل الشكل واعرض بمرتين من العمود القائم . ما الاسهل : ان تمر بحرية من المرمى من احسن وضع او ان تطعن من نفس هذه المسافة ؟
- ٢٩- المروور خلال المصيدة ام اجراء اصطدام بين الكرتين ؟ عرض المرمى المستطيل الشكل اكبر بثلاث مرات من قطر الكرة . ما هو الاسهل : ان تمر بحرية من احسن وضع عبر المصيدة ام يتم من نفس المسافة اصطدام الكرة بالكرة ؟
- ٣٠- المصيدة المسدودة الطرف . باية نسبة ما بين عرض المرمى المستطيل وقطر الكرة يصبح المروور خلال المصيدة امرا مستحيلا ؟

حل الالغاز ١٦ - ٣٠

- ١٦- لتسهيل المسألة سنضع جانبا مؤقتا كل القطع الثنائية السبع : صفر - صفر ، ١ - ١ ، ٢ - ٢ ، ... الخ . فبقى اذن ٢١ قطعة يتكرر عليها كل عدد من النقط ٦ مرات . مثلا ال ٤ نقط (في مجال واحد) توجد على القطع الست الآتية :
- ٤ - صفر ، ١ - ٤ ، ٢ - ٤ ، ٣ - ٤ ، ٤ - ٤ ، ٥ - ٤

وهكذا ، يتكرر نفس عدد النقط كما نرى في عدد زوجي من المرات . ومن الواضح انه يمكن وضع القطع من هذه المجموعة الواحدة الى الاخرى باعداد متساوية من النقط الى ان تنتهى من المجموعة كلها . وعندما يتم ذلك وحينما تكون ال ٢١ قطعة قد وضعت في سلسلة مستمرة ، عندئذ ندخل عند الوصلات صفر - صفر ، ١ - ١ ، ٢ - ٢ ... الخ ال ٧ ثنائيات التي وضعناها جانبا . بعد هذا يتضح ان جميع ال ٢٨ قطعة دومينو تكون موضوعة في سلسلة واحدة مع مراعاة قواعد اللعبة .

١٧ - من السهل ان نبين ان السلسلة المكونة من ٢٨ قطعة دومينو ، يجب ان تنتهى بنفس عدد النقط التي بدأت بها . وفعلا : لو لم يكن كذلك ، لتكرر عدد النقط الواقعة على نهايات السلسا بعدد فردى من المرات (لكن في داخل السلسلة تكون اعداد النقط واقعة بشكل الازواج) ولكننا نعلم انه في المجموعة الكاملة لقطع الدومينو يتكرر كل عدد من النقط ٨ مرات ، اى عدد زوجي من المرات . وبالتالي فان الافتراض والذي افترضناه الذى ينص على ان عدد النقط على نهايات السلسلة غير متساو - يكون غير صحيح : يجب ان يكون عدد النقط واحدا (يدعى مثل هذا الاسلوب في التفكير ، كما هو الحال في الرياضيات ، بـ «الاثبات من العكس») . وبالمناسبة تنتج من خاصية السلسلة التي اثبتناها توا النتيجة الطريفة الآتية : يمكن دائما اغلاق السلسلة المكونة من ٢٨

قطعة بنهايتها والحصول على حلقة . اذن فان المجموعة الكاملة لقطع الدومينو يمكن ان تكون بالتالى مرتبة مع مراعاة قواعد اللعبة ليس فقط فى سلسلة ذات نهايتين حرتين ولكن ايضا فى حلقة مغلقة .

وقد يتساءل القارئ كم هو عدد الطرق المختلفة التى تنفذ بها هذه السلسلة او الحلقة ؟ فنقول دون الدخول فى تفاصيل حسابات مرهقة هنا ان عدد الطرق المختلفة لتكوين السلسلة (او الحلقة) المؤلفة من ٢٨ قطعة دومينو كبير جدا : اكثر من ٧ تريليون . والعدد الدقيق هو :

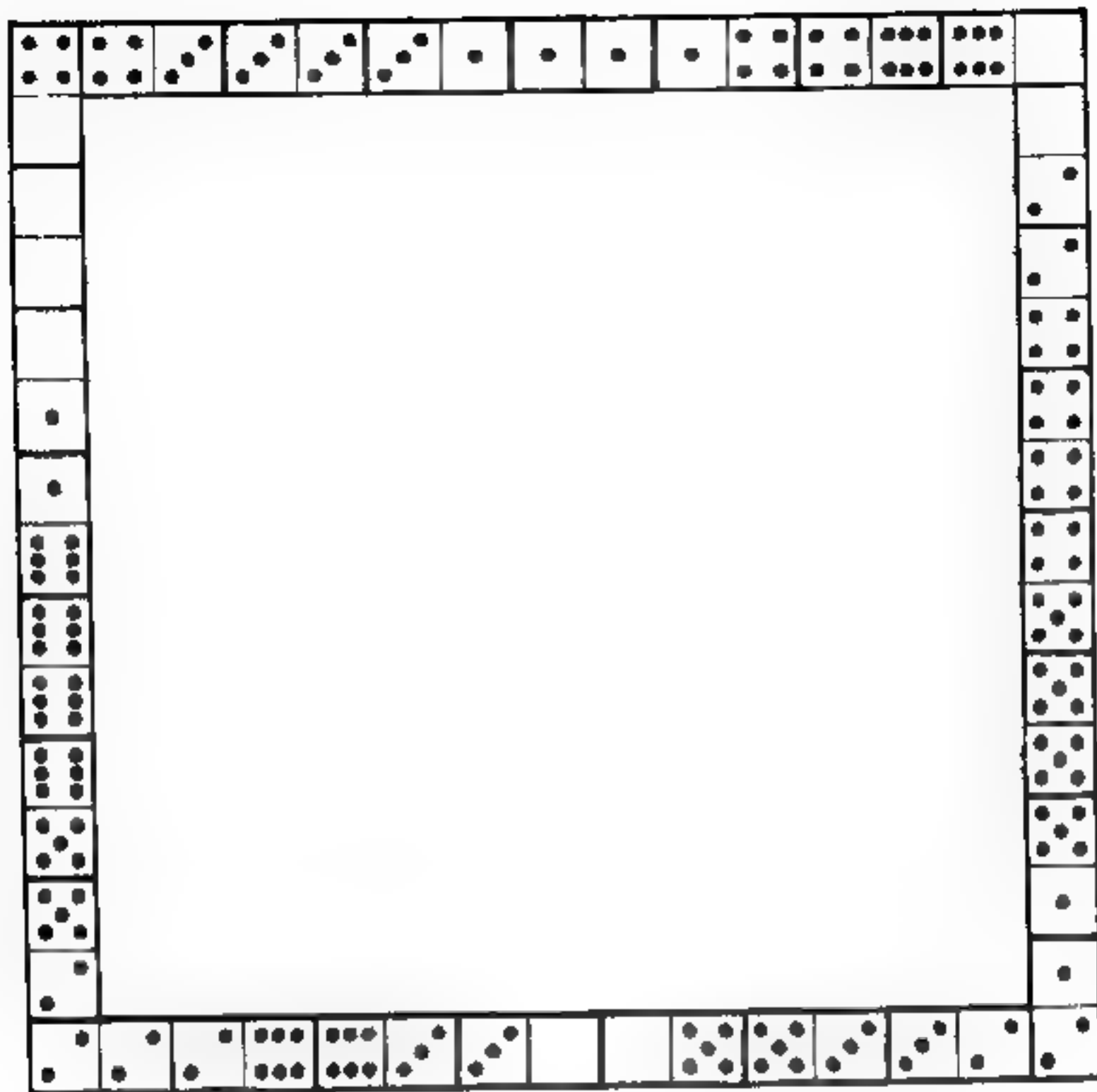
$$7959229931520$$

(هذا العدد يمثل حاصل ضرب الحدود الآتية $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18 \times 19 \times 20 \times 21 \times 22 \times 23 \times 24 \times 25 \times 26 \times 27 \times 28$).

١٨- ينبع حل هذا اللغز مما قيل توا . نحن نعرف ٢٨ قطعة دومينو ، يمكن وضعها دائما فى حلقة مغلقة ، وبالتالى ، واذا رفعنا من هذه الحلقة قطعة واحدة فان :

(١) القطع الـ ٢٧ المتبقية تكون سلسلة مستمرة ذات اطراف مفتوحة .

(٢) عدد النقط على نهايات هذه السلسلة ستكون تلك التى توجد على القطعة المأخوذة .



شکل ۱۵

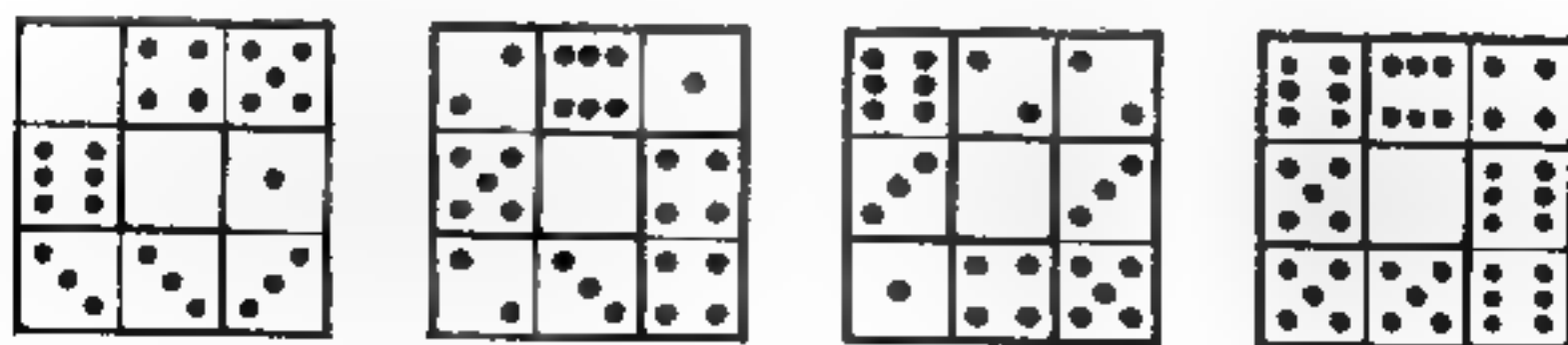
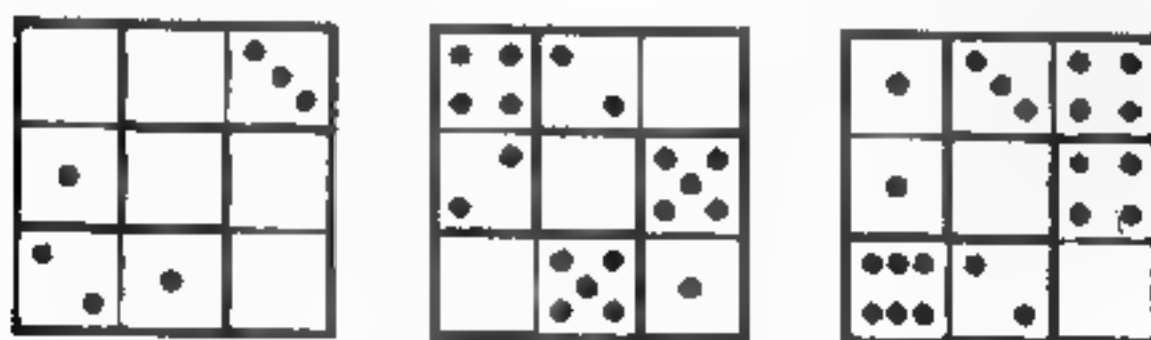
و كذلك فباخفاء قطعة دومينو نستطيع ان تذكر مقدما اي عدد من النقط سيكون على نهايتي الدائرة المكونة من القطع المتبقية .
 ۱۹- ان مجموع نقط كل جوانب المربع المطلوب لابد وان تساوي $44 \times 4 - 176$ ، اي بمقدار ۸ اكبر من مجموع

النقط الموجودة على مجموعة قطع الدومينو بكاملها (١٦٨) . ويحدث هذا ، بالطبع ، من ان اعداد النقط التي تحتل رؤوس المربع تحسب مرتين . ويتحدد مما قلناه كيف يجب ان يكون مجموع النقط على رؤوس المربع : ٨ . هذا يسهل بعض الشيء البحث عن الوضع المطلوب على الرغم من ان ايجاده صعب جدا . والحل مبين على الشكل ١٥ .

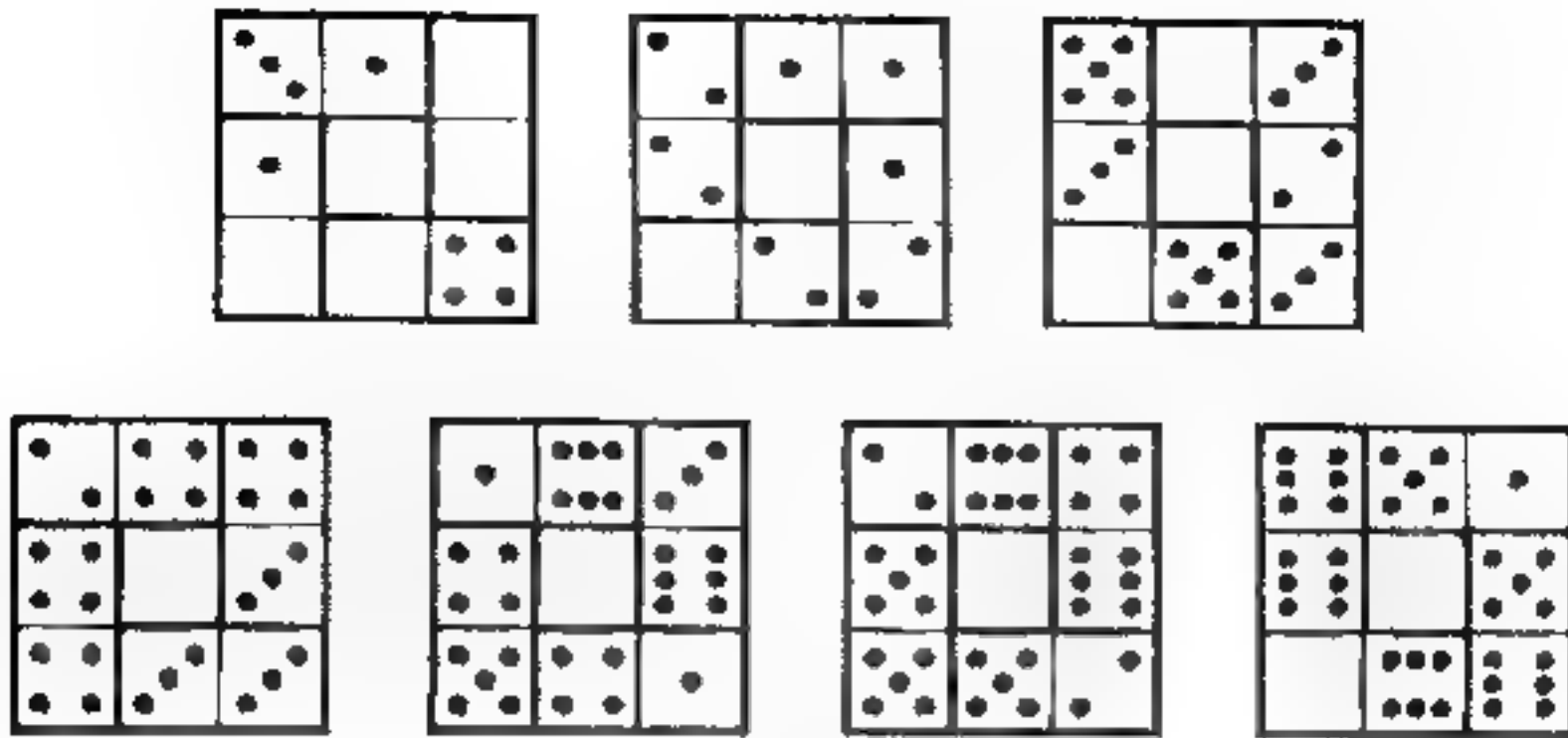
٢٠ - سنورد حلين من الحلول الكثيرة الممكنة لهذه المسألة .

في الحل الاول (شكل ١٦) لدينا :

مربع واحد بمجموع ٣ ،	مربعان بمجموع ٩
مربع واحد بمجموع ٦ ،	مربع واحد بمجموع ١٠
مربع واحد بمجموع ٨ ،	مربع واحد بمجموع ١٦



شكل ١٦



شكل ١٧

في الحل الثاني (شكل ١٧) :

مربعان بمجموع ١٠
مربعان بمجموع ١٢

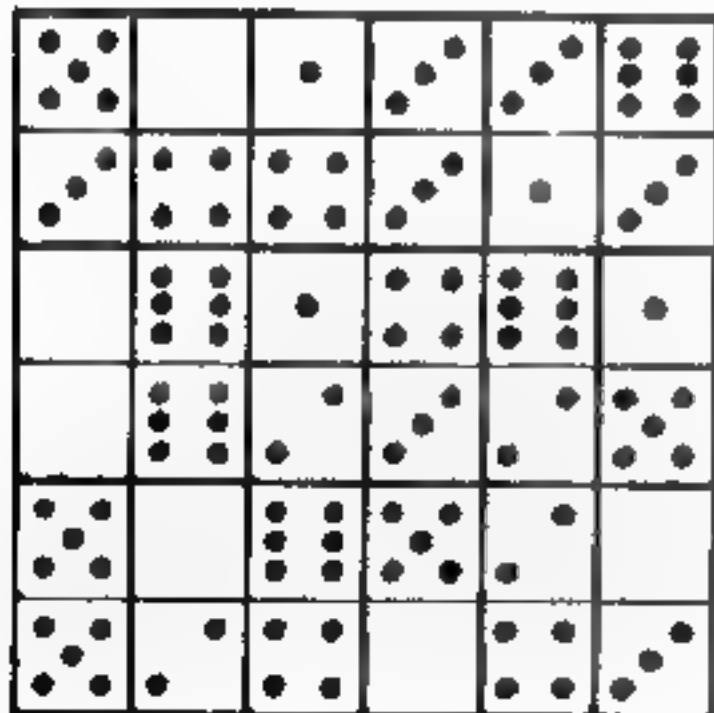
مربعان بمجموع ٤ ،
مربع واحد بمجموع ٨ ،
٢١ - مبين على الشكل ١٨

نموذج للمربع السحري ذي
مجموع النقط في الصف ١٨ .

٢٢ - اليك على سبيل

المثال متواليتين يبلغ الفرق بينهما ٢ :

أ) صفر - صفر ، صفر -
٢ - صفر - ٤ ، صفر - ٦ ،
٤ - ٤ (أو ٣ - ٥) ، ٥ - ٥
(أو ٤ - ٦) .



شكل ١٨

(ب) صفر - ١ ، صفر - ٣ (أو ١ - ٢) ، صفر - ٥ (أو ٥ - ٢ - ٣) ، ١ - ٦ (أو ٣ - ٤) ، ٣ - ٦ (أو ٤ - ٥) ، ٥ - ٦ .
 وكل المتواليات سداسية القطع يمكن وضع ٢٣ حلا لها . والقطع
 الابتدائية لها هي :

أ) للمتوالية ذات الفرق ١ :

صفر - صفر	١ - ١	١ - ٢	٢ - ٢	٢ - ٣
صفر - ١	٢ - صفر	٣ - صفر	١ - ٣	٤ - ٢
١ - صفر	صفر - ٣	صفر - ٤	٤ - ١	٥ - ٣
صفر - ٢	١ - ٢	٣ - ١	٣ - ٢	٤ - ٣

ب) للمتوالية ذات الفرق ٢ :

صفر - صفر ، صفر - ٢ ، صفر - ١

٢٣ - يمكن ان نحصل على وضع المسألة من الوضع الابتدائي
 بواسطة الـ ٤٤ حركة التالية :

١٤ ، ١١ ، ١٢ ، ٨ ، ٧ ، ٦ ، ١٠ ، ١٢ ، ٨ ، ٧ ، ١٤
٤ ، ٣ ، ٦ ، ٤ ، ٧ ، ١٤ ، ١١ ، ١٥ ، ١٣ ، ٩
١٢ ، ٨ ، ٤ ، ١٠ ، ٨ ، ٤ ، ١٤ ، ١١ ، ١٥ ، ١٣
٩ ، ١٢ ، ٤ ، ٨ ، ٥ ، ٤ ، ٨ ، ٩ ، ١٣ ، ١٤
١٠ ، ٦ ، ٢ ، ١

٢٤- يمكن الوصول الى وضع المسألة بواسطة ال ٣٩ حركة
الآتية :

١٤ ، ١٥ ، ١٠ ، ٦ ، ٧ ، ١١ ، ١٥ ، ١٠ ، ١٣ ، ٩ ،
٥ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٨ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٠ ، ١٣ ،
٩ ، ٥ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٨ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٤ ،
١٣ ، ٩ ، ٥ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٨ ، ١٢ .

٢٥- يمكن الحصول على المربع السحري ذى المجموع ٣٠
بعد عدة حركات هي :

١٢ ، ٨ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ٦ ، ١٠ ، ٩ ، ١٣ ، ١٥ ،
١٤ ، ١٢ ، ٨ ، ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ٩ ، ١٤ ، ١٢ ، ٨ ،
٤ ، ٧ ، ١٠ ، ٩ ، ٦ ، ٢ ، ٣ ، ١٠ ، ٩ ، ٦ ،
٥ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ ، ٥ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ١٣ ،
١٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ١٣ ، ١٤ ، ٣ ، ١٢ ، ١٥ ، ٣ .

٢٦- ربما يقول حتى اللاعب المجرب انه فى الاحوال المذكورة
يكون من الاسهل المرور خلال المرمى اسهل من عمل كروكيت .
فالمرمى اعرض بمرتين من الكرة . ولكن هذا التصور خاطئ :
فالمرمى - طبعا - اوسع من الكرة ولكن الممر الحر للكرة خلال
المرمى اضيق بمرتين من الهدف اللازم لاجراء الكروكيت .
انظر الى الشكل ١٩ وسيصبح ما قلناه ، واضحا لك . لا يجب
ان يقترب مركز الكرة الى سلك المرمى بمسافة اقل من قيمة نصف

القطر والا لاصطدمت الكرة بالسلك . واذن يتبقى لمركز الكرة هدف اقل من عرض المرمى بمقدار نصف قطر . ومن السهل رؤية انه في ظروف مسألتنا يكون عرض الهدف عند المرور خلال المرمى في احسن وضع مساويا لقطر الكرة .

لننظر الآن كم هو كبير عرض الهدف بالنسبة لمركز الكرة المتحركة عند اجراء الكروكيت . من الواضح انه اذا كان مركز الكرة التى تصادم يقترب من مركز الكرة التى تصطدم بها باقل من نصف قطر الكرة فان الصدمة محققة . ومعناه ان عرض الهدف فى هذه الحالة ، كما هو واضح من الشكل ٢٠ ، يساوى قطرى الكرة . وهكذا فعلى الرغم من رأى اللاعبين ، ففى الاحوال المعطية يكون اسهل بمرتين ان تصطدم بالكرة ناهيك عن المرور الحر خلال المرمى من احسن وضع .

٢٧- بعد كل ما قيل الآن لا تتطلب هذه المسألة شرحا طويلا . من السهل رؤية (شكل ٢١) ان عرض الهدف عند الاصطدام يساوى ضعف قطر الكرة ، اى ٢٠ سم ، اما عرض الهدف عند التسديد الى العمود فيساوى مجموع قطر الكرة والعمود ، اى ١٦ سم (شكل ٢٢) . هذا يعنى ان اجراء الاصطدام اسهل من الطعن الذاتى ؛ :

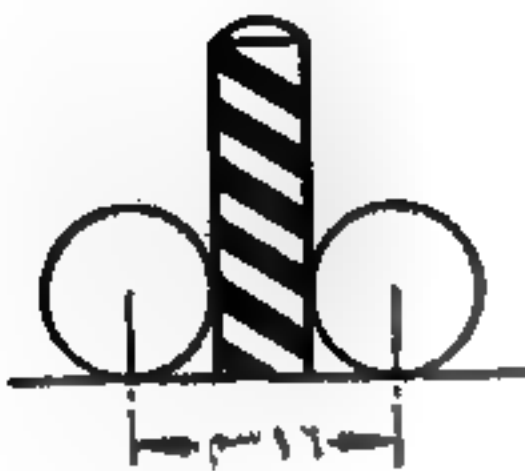
$$٢٠ \div ١ \frac{1}{4} = ١٦ \text{ مرة}$$



شکل ۲۰



شکل ۱۹



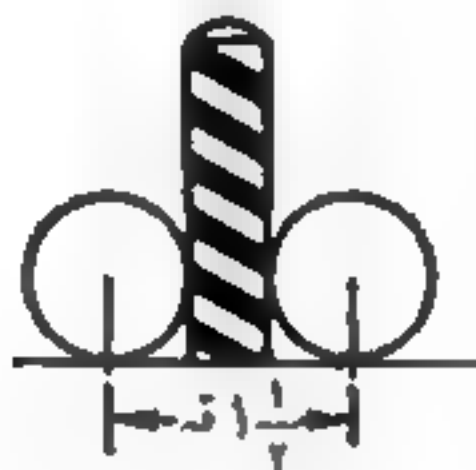
شکل ۲۲



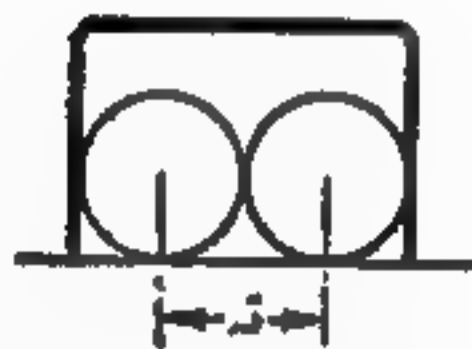
شکل ۲۱



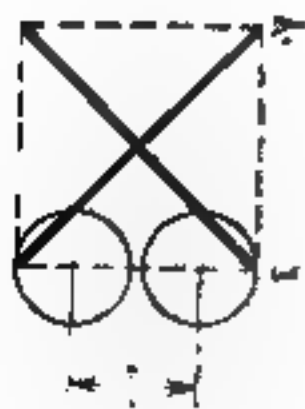
شکل ۲۵



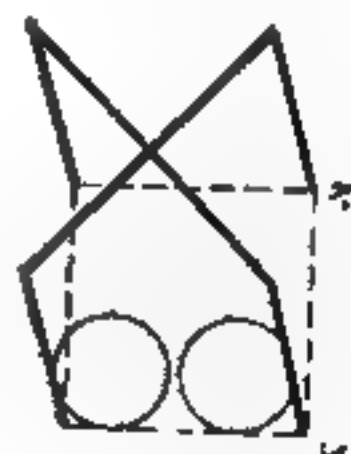
شکل ۲۴



شکل ۲۳



شکل ۲۷



شکل ۲۶

بمقدار ٢٥ ٪ فقط . ويلجأ اللاعبون عادة الى زيادة فرص اجراء الاصطدام بالمقارنة مع اصابة العمود .

٢٨ - وقد يفكر لاعب آخر كالآتي : بما ان المرمى اعرض بمرتين من الكرة ، والعمود اضيق بمرتين من الكرة فانه يجب لغرض المرور الحر خلال المرمى ان يكون الهدف اعرض باربع مرات منه في حالة اصابة العمود . ولن يرتكب قارئنا الذى تعلم من المسائل السابقة مثل هذا الخطأ . فسيعرف انه للتنشين على العمود يكون الهدف اعرض بمقدار $1\frac{1}{4}$ مرة منه عند المرور عبر المرمى من احسن وضع . هذا واضح من النظر الى الشكلين ٢٣ و ٢٤ .

(اذا لم يكن المرمى مستطيل الشكل وانما منحنيا بشكل قوس فان ممر الكرة يكون اضيق ايضا - كما هو سهل تصوره من النظر الى الشكل ٢٥) .

٢٩ - يظهر من الشكلين ٢٦ و ٢٧ ان الجزء أ المتبقى لمرور مركز الكرة ضيق بما فيه الكفاية عند الاحوال المذكورة فى المسألة . والذين يعرفون الهندسة يعرفون ان الجانب ا ب للمربع اصغر من قطره ا ج ؛ ١,٤ مرة تقريبا .

لو كان عرض المرمى ٣ و (حيث و - قطر الكرة) فان ا ب يساوى

$$3 \div 1.4 \approx 2.1 \text{ و}$$

يكون الجزء أ الذي يعتبر هدفا لمركز الكرة التي تمر خلال المصيدة من احسن وضع اضيق . وهو اقل بقطر كامل ، اي يساوي

$$2,1 \text{ ص} - \text{ص} = 1,1 \text{ ص}$$

ولكن الهدف لمركز الكرة الصادمة يساوي ، كما نعلم ، ٢ ص . وبالتالي فالاصطدام يكون اسهل بمرتين تقريبا في الاحوال المذكورة ، من المرور خلال المصيدة .

٣٠- لا تسمح المصيدة بالمرور تماما في تلك الحالة ، عندما يزيد عرض المرمى على عرض قطر الكرة باقل من ١,٤ مرة . وينبع هذا من التوضيح المعطى في المسألة السابقة . واذا كان المرمى على شكل قوس ، تزداد احوال المرور عندئذ سوءا .

دستة الغزاز اخرى

٣١ - الحبل * . حبل آخر ؟ سألت الام وهي تخرج يديها من حوض الغسيل . - ممكن التفكير كما لو كنت انا كلى مصنوعة من الحبال . تسمع دائما حبل ثم حبل آخر . الم اعطك امس لفة كبيرة من الحبال . لم كل هذه الحبال ؟ ماذا عملت بها ؟ فاجاب الولد : ماذا عملت بها ؟ اولاً ، لقد استرجعت نصفها منى ثانية ...

- وبماذا تأمر ان الف رزم الغسيل ؟
- بينما اخذ توم نصف ما تبقى لكى يصطاد السمك فى القناة .

- يجب دائما ان تنازل لاختك الاكبر .
- وانا تنازلت . لقد بقى القليل جدا ، فمن الباقي اخذ بابا النصف لاصلاح الحمالات التى انقطعت عنده بسبب الضحك

* هذا المثل ينسب الى الكاتب القصصى الانجليزى بارى بين .

عندما حدث حادث للسيارة . وبعد ذلك لزم اختي اخذ خمس
الباقى لكى تربط شعرها بشكل عقدة ...

— وماذا صنعت بالباقي من الحبل ؟

— بالباقي ؟ الذى تبقى بعد ذلك كان ٣٠ سم فقط ، فهل
يمكن عمل هاتف من هذا الجزء الصغير .

فما هو الطول الاول للحبل ؟

٣٢ — الجوارب والقفازات . وضعت فى صندوق واحد ١٠

ازواج من الجوارب البنية اللون و ١٠ ازواج سوداء ، وفى صندوق
آخر وضعت ١٠ ازواج من القفازات البنية ، وعشرة ازواج سوداء .
كم من الجوارب والقفازات يكفى اخذه من كل صندوق لكى
يمكن منها اختيار زوج واحد (اى زوج) من الجوارب وزوج من
القفازات ؟

٣٣ — طول عمر الشعرة . كم هو فى المتوسط عدد الشعرات على

رأس الانسان ؟ لقد حسبت : حوالى ١٥٠ ٠٠٠ * . وحدد ايضا
كم شعرة فى المتوسط تسقط فى الشهر : ٣٠٠٠ شعرة تقريبا .

* يتعجب الكثيرون كيف امكن معرفة ذلك : هل بتعداد كل الشعرات على
لرأس ؟ لا ، لم ذلك ، عدوا فقط كم من الشعر يوجد على ١ سم ٢ من سطح الرأس .
وبمعرفة ذلك و سطح الجلد المغطى بالشعر ، من السهل تحديد العدد الكلى للشعرات على
لرأس . باختصار ، ان علماء التشريح قد عدوا الشعرات بنفس الطريقة التى يستخدمها
العاملون فى الغابات لعد الاشجار فى الغابة .

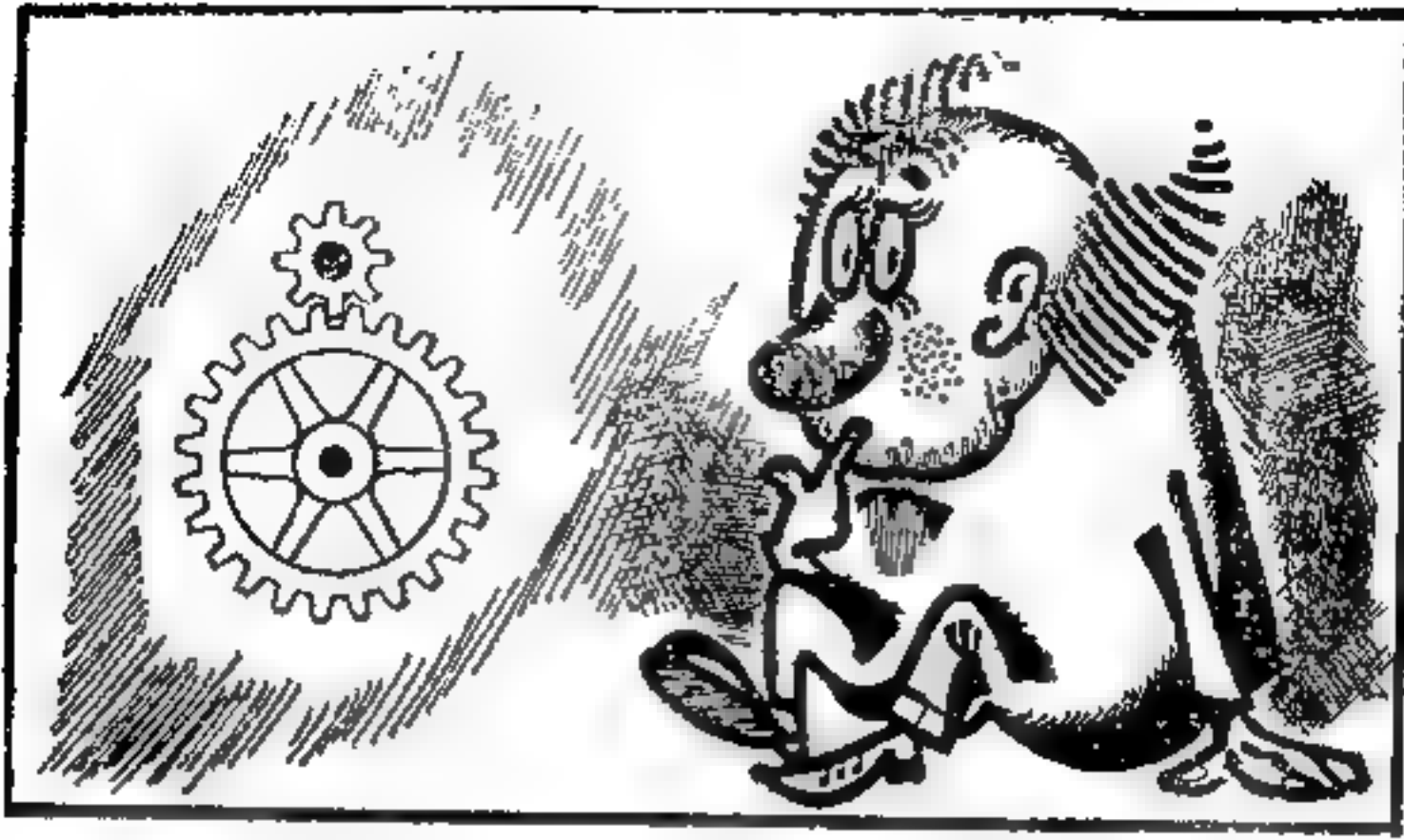
كيف يمكن بهذه المعطيات ، حساب زمن — في المتوسط
طبعاً — بقاء كل شعرة على الرأس ؟

٣٤ — المرتب . ان مرتبى عن الشهر الماضى ، مضافة اليه
اجور عمل الساعات الاضافية ، يساوى ١٣٠ روبلا . علما بان
المرتب الاصلى اكبر بـ ١٠٠ روبل من اجور عمل الساعات
الاضافية . ما هو مرتبى بدون اجور عمل الساعات الاضافية ؟
٣٥ — الترحلق على الزحافات . حسب رياضى الترحلق على

الجليد انه اذا قطع ١٠ كم فى الساعة فانه سيصل الى المكان
المعين سلفا متأخرا ساعة واحدة عن وقت الظهر ، واذا ما ترحلق
بسرعة ١٥ كم فى الساعة لوصول الى المكان بساعة قبل الظهر .
باى سرعة يجب ان يترحلق لكى يصل الى المكان المعين فى
منتصف النهار بالضبط ؟

٣٦ — عاملان . اثنان من العمال احدهما عجوز والآخر شاب
يسكنان فى شقة واحدة ويعملان فى مصنع واحد . يقطع الشاب
المسافة من المنزل حتى المصنع فى ٢٠ دقيقة ، اما العجوز فيقطعها
فى ٣٠ دقيقة . بعد كم دقيقة يلحق الشاب بالعجوز اذا كان الاخير
قد خرج من المنزل قبل الشاب بـ ٥ دقائق .

٣٧ — اعادة استنساخ التقرير . كلفت عاملتا آلة كاتبة باعادة
استنساخ التقرير . والاكثر خبرة منهما تستطيع ان تنفذ كل العمل
فى ساعتين والاقل خبرة فى ثلاث ساعات .



شكل ٢٨ . كم مرة يدور الترس ؟

فى اى زمن ستعيدا استنساخ التقرير اذا قسمنا العمل بينهن
 بغية تنفيذه فى اقل وقت ؟
 عادة تحل المسائل من هذا النوع بنموذج المسألة المشهورة عن
 حمامات السباحة . وبالذات : ففى مسألتنا يحدد، كم من العمل الكلى
 تنفذه كلا عاملتى الآلة الكاتبة فى الساعة، ثم يجمع الكسران ويقسم
 واحد صحيح على هذا المجموع . الا تستطيع انت ان تبتكر
 طريقة جديدة لحل مثل هذه المسائل تختلف عن المعمول بها ؟
 ٣٨ — العجلتان المستتان . ترس ذو ٨ اسنان جرى تعشيقه مع
 عجلة ذات ٢٤ سنا (شكل ٢٨) . وعند دوران العجلة الكبيرة يمر
 الترس حولها تماما .

المطلوب معرفته ، كم مرة سيدور الترس حول محوره خلال الزمن الذى يصنع فيه دورة كاملة حول العجلة المسننة الكبيرة ؟
٣٩ - كم عمره ؟ سأل احد محبى الالغاز ، كم عمره ؟
فاجاب بالآتى :

— خذ ثلاثة اضعاف عدد سنوات عمرى بعد ثلاث سنوات ،
واطرح منها ثلاثة اضعاف عدد سنوات عمرى قبل ثلاث سنوات
فسيبقى لديك عدد سنوات عمرى بالضبط .
فكم عمره الآن ؟

٤٠ - عائلة ايفانوف . كم عمر ايفانوف ؟
— فلنفكر . كان منذ ثمان عشرة سنة مضت اكبر بثلاثة
اضعاف من ابنه . انا اذكر ذلك جيدا لان فى ذلك العام تم تعداد
النفوس العام .

— اسمع لى رجاء ، فاعتمادا على ما اعرف ، انه الآن اكبر
من ابنه بمرتين . هل هذا ابن آخر ؟
— لا ، نفس الابن ، ان لديه ابنا واحدا فقط . ولذلك فليس
من الصعب ان نحدد كم عمر ايفانوف الآن وكم عمر ابنه .
كم عمره ايها القارئ ؟

٤١ - تحضير المحلول . يوجد فى قنينة شىء من حامض
الكلورىد وفى قنينة اخرى نفس الكمية من الماء . ولتحضير المحلول
رى اولاً اخذ ٢٠ جم من الحامض من القنينة الاولى وضعت فى

القنية الثانية . ثم اعيد سكب ثلثي المحلول ، الحاصل فى القنية الثانية ، فى الاولى . بعد ذلك اتضح انه يوجد فى القنية الاولى سائل اكثر باربع مرات من الموجود فى الثانية . كم هى كمية الحامض والماء المأخوذة فى البداية ؟

٤٢ - المشتريات . عندما خرجت لشراء بعض الحاجيات كان فى محفظتى ١٥ روبلا تقريبا تتألف من روبلات منفردة وقطع معدنية ذات فئة ٢٠ كوبيكا . عندما عدت جلبت معى عددا من الروبلات المنفردة بقدر ذلك العدد الذى كان معى من القطع النقدية ذات فئة ٢٠ كوبيكا فى البداية ، ومن القطع النقدية ذات فئة ٢٠ كوبيكا مثل ما كان معى اولا من الروبلات المنفردة . مع العلم انه بقيت فى محفظتى ثلث الكمية التى اخذتها معى عند خروجى لشراء الحاجيات .

فما هو ثمن المشتريات ؟

حل الالغاز ٣١ - ٤٢

٣١ - بعد ان اخذت الام النصف بقى $\frac{1}{4}$ ، وبعد ان اخذ الاخ الأكبر تبقى $\frac{1}{4}$. وبعد الاب $\frac{1}{8}$ وبعد الاخت $\frac{1}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{64}$. فاذا كان ٣٠ سم يساوى $\frac{3}{64}$ من الطول الابتدائى يكون طول الحبل الاصلى $30 \div \frac{3}{64} = 400$ سم او ٤ م .

٣٢- يكفي اخذ ثلاثة جوارب حيث ان اثنين منها سيكونان دائما من لون واحد . والامر ليس بهذه السهولة بالنسبة للقفازات التي يختلف كل عن الآخر ليس فقط باللون ولكن نصف القفازات الى يمين والنصف الآخر الى يسار . وهنا يكفي ٢١ قفازا . ولو اننا حصلنا على كمية اقل ، ولتكن مثلا ٢٠ ، فانه قد يحدث ان كل ال ٢٠ تكون على يد واحدة (١٠ قفازات بنية اللون من اليسار و ١٠ سوداء من اليسار) .

٣٣- ان آخر شعرة ستسقط ، بالطبع ، هي تلك التي تكون اليوم اصغر من الكل في العمر ، اى التي عمرها يوما واحدا . فلنتظر بعد كم من الزمن سيحين الوقت لتسقط . في اول شهر من هذه ال ١٥٠٠٠٠ شعرة التي توجد الآن على الرأس ستسقط ٣ آلاف وفي الشهرين الاولين - ٦ آلاف وخلال السنة الاولى ١٢ مرة في ٣ آلاف ، اى ٣٦ الف . ستمر ، بالتالى ، اربع سنوات واكثر بقليل قبل ان يأتى الدور لان تقع آخر شعرة . بهذه الطريقة يتحدد لدينا العمر المتوسط لشعرة الانسان : ٤ سنوات واكثر بقليل

٣٤- يجيب الكثيرون ، بدون تفكير ، ١٠٠ روبل . هذا

غير صحيح : اذ انه فى هذه الحالة سيكون المرتب الاصلى اكبر من الساعات الاضافية ب ٧٠ روبلا فقط وليس ب ١٠٠ .

يجب حل المسألة كالاتى . نحن نعلم ، انه اذا اضعفنا الى ثمن اجور عمل الساعات الاضافية ١٠٠ روبل فاننا سنحصل على

المرتب الاصلى . ولذلك اذا ما اضعفنا الى ١٣٠ روبلا ١٠٠ روبل
اخرى فانه يجب ان نحصل على مرتبين اصليين . ولكن ١٣٠ +
١٠٠ = ٢٣٠ . يعنى ان المرتب الاصلى المضاعف يكون ٢٣٠
روبلا . من هنا ينجم ان المرتب الواحد بدون اجور عمل الساعات
الاضافية يساوى ١١٥ روبلا اما قيمة اجرة عمل الساعات الاضافية
فتكون المتبقى من ١٣٠ روبلا اى ١٥ روبلا .

فلنراجع : ان المرتب ١١٥ روبلا هو اكبر من ثمن الساعات
الاضافية ، اى الـ ١٥ روبلا ؛ ١٠٠ روبل ، كما ورد فى شروط
المسألة .

٣٥- ان هذه المسألة طريفة من ناحيتين : اولا فمن السهل
ان تدخل فكرة ان السرعة المطلوبة هى المتوسط ما بين ١٠ كم
و ١٥ كم فى الساعة ، اى تساوى $\frac{1}{4} 12$ كم فى الساعة . ومن
السهل التأكد من ان مثل هذا الحل غير صحيح . ففعلا لو ان
طول المسافة المقطوعة أ من الكيلومترات فعند الترحلق بسرعة ١٥
كيلومترا سيمكث المترحلق على الطريق $\frac{1}{15}$ من الساعات ، وعند
ما تكون السرعة ١٠ كم سيمكث $\frac{1}{10}$ ، وعند ما تكون السرعة
١٢,٥ كم سيمكث $\frac{1}{12,5}$ او $\frac{1}{25}$. ولكن عندئذ يجب ان تتحقق
المتساوية

$$\frac{12}{25} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15} - \frac{1}{25}$$

لان كلا من هذين الفرقين يساوى ساعة واحدة . وباختصار أ
نحصل على :

$$\frac{2}{20} - \frac{1}{10} - \frac{1}{10} - \frac{2}{20}$$

او في صورة اخرى:

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{20}$$

وهذه المتساوية غير صحيحة :

$$\frac{4}{20} \text{ اى } \frac{1}{6} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \text{ وليس } \frac{4}{20}$$

والخاصية الثانية للمسألة هي انها يمكن ان تحل ليس فقط
بدون مساعدة المعادلات ولكن حتى ببساطة بحساب شفوى .
لنتصور الآتى : اذا ما امضى المترحلق عندما تكون سرعته
١٥ كم فى الساعة فترة فى الطريق تزيد بمدة ساعتين (اى مثل
الوقت اللازم عند سرعة ١٠ كم فى الساعة) ، فانه يقطع مسافة
تزيد بـ ٣٠ كم على ما قطعه فى الحقيقة . ونحن نعلم انه فى ساعة
واحدة يقطع ٥ كم اكثر ، وهذا يعنى انه لمكث فى الطريق $\frac{3}{5} = 6$
ساعات . من هنا يتحدد طول المسافة المقطوعة عند ما تكون السرعة
١٥ كم فى الساعة : ٦ - ٢ - ٤ ساعات . وبالإضافة لذلك
تتضح المسافة المقطوعة : $60 = 4 \times 15$ كم .

والآن من السهل ايجاد باى سرعة يجب ان يتزحلق لكى يصل الى المكان فى منتصف النهار بالضبط او بتعبير آخر لكى يقطع المسافة خلال ٥ ساعات:

$$\frac{60}{12} = 5 \text{ كم/ساعة}$$

والآن من السهل التأكد بواسطة التجربة أن هذه الاجابة صحيحة .
٣٦ - يمكن حل المسألة دون اللجوء الى معادلة وبطرق مختلفة .
ها هي الطريقة الاولى . العامل الشاب يقطع فى ٥ دقائق $\frac{1}{4}$ الطريق ، والعجوز $\frac{1}{6}$ الطريق ، اى اقل من الشاب بمقدار

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{6} - \frac{1}{4}$$

وبما ان العجوز قد سبق الشاب بمقدار $\frac{1}{6}$ الطريق ، اذن فسيبلغه الشاب بعد

$$2 = \frac{1}{12} \div \frac{1}{6}$$

بفترة خمس دقائق او بالاحرى بعد ١٠ دقائق .
الطريقة الثانية اسهل : لقطع كل الطريق يحتاج العامل العجوز الى ١٠ دقائق اكثر من الشاب . لو ان العجوز خرج قبل الشاب ب ١٠ دقائق لوصل الاثنان الى المصنع فى نفس الوقت . ولو ان العجوز خرج قبله ب ٥ دقائق فقط فان الشاب لا بد وان يلحقه فى

منتصف الطريق أى بعد مرور ١٠ دقائق (يقطع العامل الشاب كل الطريق فى ٢٠ دقيقة) .

ويمكن حل المسألة بطرق حسابية أخرى .

٣٧- ان الحل غير المعتاد للمسألة كالآتى : قبل كل شئ لنطرح السؤال التالى : كيف يجب على عاملتى الآلة الكاتبة ان تقسما العمل بينهما لانها فى نفس الوقت ؟ (من الواضح ان عند هذا الشرط فقط ، أى بدون توقف ، سينفذ العمل فى اقصر وقت) . ونظرا لان عاملة الآلة الكاتبة الاكثر تجربة تستنسخ بمرا ونصف اسرع من العاملة الاقل تجربة ، فواضح ان الاولى يجب ان تأخذ عملا يزيد بـ $\frac{1}{4}$ مرة عما تأخذه الثانية . وعندئذ ستنتهى الاثنتان العمل فى نفس الوقت . من هنا ينجم ان الاولى يجب ان تستنسخ $\frac{3}{4}$ التقرير اما الثانية فـ $\frac{1}{4}$ التقرير .

والمسألة بهذه الطريقة تصبح محلولة تقريبا . يتبقى فقط ايجاد الوقت اللازم لكى تنفذ عاملة الآلة الكاتبة الاولى $\frac{3}{4}$ العمل . ونحن نعرف انها تستطيع تنفيذ كل العمل فى غضون ساعتين ، وهذا يعنى ان $\frac{3}{4}$ العمل ستنفذه فى $2 \times \frac{3}{4} = 1\frac{1}{2}$ ساعة . فى نفس هذا الزمن يجب ان تنفذ عاملة الآلة الكاتبة الثانية جزء العمل المخصص لها .

وهكذا فان اقصر وقت يمكن خلاله استنساخ التقرير بواسطة عاملتى الآلة الكاتبة هو ساعة واحدة و ١٢ دقيقة .

كما ويمكن اقتراح حل آخر . فخلال ٦ ساعات كانت عاملة الآلة الكاتبة الاولى تستطيع ان تعيد كتابة التقرير ثلاث مرات ، اما العاملة الثانية فخلال نفس الوقت تستطيع اعادة كتابة التقرير مرتين . هذا يعنى انهما تستطيعان سويا خلال ٦ ساعات اعادة استنساخ التقرير ٥ مرات (اى لاستطاعتا خلال ٦ ساعات استنساخ عدد من الصفحات اكبر مما يوجد فى التقرير) . ولكن عندئذ يلزمهما لاعادة استنساخ التقرير وقتا اقل بخمس مرات من ٦ ساعات اى انه يلزمهما $\frac{6}{5}$ = ساعة واحدة و ١٢ دقيقة .

٣٨ - اذا ما ظننت ان الترس سيدور ثلاث مرات فانت مخطئ ، فسيدور الترس اربع دورات لا ثلاث .

لكى توضح لنفسك بجلاء قيم الفكرة هنا ضع امامك على ورقة ناعمة قطعتين من النقود ، مثلا قطعتين من فئة ٢٠ كوبيكا كما هو مبين على الشكل ٢٩ . امسك قطعة النقود السفلى ثم مرر على محيطها قطعة النقود العليا . ستلاحظ شيئا غير متوقع . فعندما تقطع قطعة النقود نصف محيط القطعة السفلى وتصبح فى الاسفل ستكون قد دارت دورة كاملة حول محورها ، ويلاحظ هذا من وضع الارقام على قطعة النقود . وبمرورها على قطعة النقود غير المتحركة تلتحق قطعة النقود ان تدور دورتين حول القطعة غير المتحركة . وعموما عندما يتحرك جسم فى دائرة فهو يصنع دورة اكثر مما يمكن ان نعتبر مباشرة . لنفس السبب فان كرتنا الارضية



شكل ٢٩ . قطعة نقدية يمكن ان تعمل بدورانها حول قطعة نقدية اخرى دورتين وليس دورة واحدة

بدورانها حول الشمس تدور حول محورها لا ٣٦٥ مرة وربع ، ولكن ٣٦٦ مرة وربع لو عددنا الدورات لا بالنسبة للشمس ولكن بالنسبة للنجوم . وانت الآن تفهم لماذا يكون اليوم النجمي اقصر من الشمسي .

٣٩ - الحل الحسابي معقد جدا ، ولكن المسألة تحل ببساطة اذا ما استخدمنا امكانيات الجبر وكونا معادلة . سنرمز لعدد السنين الذي نبحث عنه بالحرف س . اما العمر بعد ثلاث سنوات فلا بد

وان نرسم له ب س + ٣ ، اما العمر قبل ثلاث سنوات مضت فسنرمز له ب س - ٣ . لدينا المعادلة :

$$٣(س + ٣) - ٣(س - ٣) = س$$

وبحل هذه المعادلة نحصل على ان س = ١٨ . فاذن عمر هاوي الالغاز ١٨ سنة .

لنختبر ذلك : سيكون عمره خلال ثلاث سنوات ٢١ سنة ، اما قبل ثلاث سنوات مضت فقد كان عمره ١٥ سنة . الفرق

$$١٨ = ٤٥ - ٦٣ = ١٥ \times ٣ - ٢١ \times ٣$$

اي يساوي العمر الحالي لهاوي الالغاز .

٤٠ - كما في المسألة السابقة فان هذه المسألة يمكن ان تحل بواسطة معادلة بسيطة . لو ان عمر الابن الآن س من السنين فان عمر الاب ٢ س . وقبل ثمان عشرة سنة مضت كان عمر كل منهما اقل ب ١٨ سنة : عمر الاب ٢ س - ١٨ ، وعمر الابن س - ١٨ . عندئذ من المعروف ان الاب كان في ذلك الوقت اكبر من الابن بثلاث مرات

$$٣(س - ١٨) = ٢ س - ١٨$$

وبحل هذه المعادلة نحصل على س = ٣٦ : اي ان عمر الابن الآن ٣٦ سنة وعمر الاب ٧٢ سنة .

٤١ - لنفرض انه كان في القنينة الاولى في البداية س جم من حامض الكلوريد وكان في القنينة الثانية س جم من الماء . بعد اول نقل اصبح في القنينة الاولى (س - ٢٠) جم من الحامض وفي الثانية حامض مع ماء (س + ٢٠) جم . بعد النقل الثاني يتبقى في القنينة الثانية $\frac{1}{3}$ (س + ٢٠) جم من السائل اما في الاولى فسيصبح

$$س - ٢٠ + \frac{2}{3}(س + ٢٠) = \frac{س - ٢٠}{3}$$

بما اننا نعرف انه يوجد في القنينة الاولى سائل ثقل كميته باربع مرات عما في الثانية ، فان

$$\frac{س - ٢٠}{3} = \frac{4}{3}(س + ٢٠)$$

من هنا ينتج ان س = ١٠٠ ، اي انه كان في كل قنينة ١٠٠ جم .

٤٢ - سنرمز للعدد الابتدائي للروبلات المنفردة بـ س وعدد قطع النقود من فئة ٢٠ كوبيكا بـ ص . عندئذ كان في محفظتي عندما ذهبت لشراء المشتريات

(١٠٠ ص + ٢٠ كوبيكا)

وعندما رجعت ، كان لدى :

(١٠٠ ص + ٢٠ كوبيكا)

نحن نعرف المبلغ الاخير وهو اصغر من الاول بثلاث مرات ، وبالتالي يكون

$$٣(١٠٠ \text{ ص} + ٢٠ \text{ س}) = ١٠٠ \text{ س} + ٢٠ \text{ ص}$$

وباجراء الاختصارات فى هذه المعادلة نحصل على

$$\text{س} = ٧ \text{ ص}$$

اذا كان $\text{ص} = ١$ فان $\text{س} = ٧$. وبافتراض ذلك فقد كان لدى فى البداية من النقود ٧ روبلات و ٢٠ كويكا . وهذا لا يطابق شرط المسألة (حوالى ١٥ روبلا) .

فلنجرب $\text{ص} = ٢$ ، عندئذ يكون $\text{س} = ١٤$. والقيمة الابتدائية تساوى ١٤ روبلا و ٤٠ كويكا ، الامر الذى يطابق جيدا شرط المسألة .

ويعطى الافتراض $\text{ص} = ٣$ مبلغا كبيرا جدا للنقود : ٢١ روبلا و ٦٠ كويكا .

وبالتالى فالجواب الملائم الوحيد هو ١٤ روبلا و ٤٠ كويكا . بعد المشتريات يتبقى روبلان منفردان و ١٤ قطعة من فئة ٢٠ كويكا ، اى ان $٢٨٠ + ٢٠٠ = ٤٨٠$ كويكا وهذا فعلا يؤلف ثلث المبلغ الابتدائى ($\frac{١٤٤٠}{٣} = ٤٨٠$) .

وقد تم اتفاق $١٤٤٠ - ٤٨٠ = ٩٦٠$. وهذا يعنى ان ثمن المشتريات ٩ روبلات و ٦٠ كويكا .

هل تحسن العد ؟

٤٣ - هل تحسن العد ؟ ان هذا السؤال ربما يعتبر مهينا بالنسبة لمن تجاوز منه الثلاث سنوات . من لا يحسن العد ؟ ولكي تقول بالترتيب « واحد » ، « اثنين » ، « ثلاثة » لا يتطلب ذلك مقدرة كبيرة . ولكنه على الرغم من ذلك انى واثق من انكم احيانا لا تقومون جيدا بمثل هذا العمل الذى يبدو بسيطا . والامر يعتمد على ما يلزم عده . وليس من الصعب عد المسامير فى الصندوق . ولكن لنفرض انه لا يوجد فى الصندوق مسامير فقط ولكن مسامير وقلاووظات مختلطة ببعضها البعض . وتلزم معرفة كم هناك من هذا وذاك على حدة . ما الذى ستفعله عندئذ ؟ ستضع المسامير بمفردها والقلاووظات بمفردها ومن ثم تعد كلا منها ؟

مثل هذه المسألة تقابل ربة البيت ايضا عندما تعد الملابس للغسيل . تضع اولا الملابس حسب النوع : الجاكيتات فى كومة والفوط فى كومة ثانية ، واكياس الوسائد فى كومة ثالثة .. الخ

وبعد ان تنتهى من هذه العملية الشاقة تبدأ فى عد كم قطعة فى كل كومة .

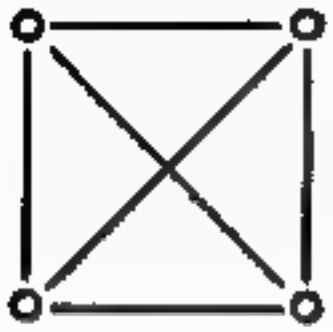
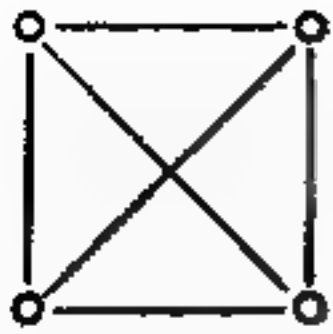
هذا هو ما يسمى بعدم اجادة العد ! لان مثل هذه الطريقة لعد الاشياء غير المتجانسة غير مريح بتاتا ويتطلب عمل الكثير ولحد ما لا يمكن تحقيقه فى بعض الحالات . حسنا ، اذا من اللازم عليكم ان تعلموا مسامير او ملابس : فيمكن توزيعها على اكوام . ولكن ضع نفسك مكان عامل الغابة ، الذى يجب عليه ان يعد كم ينمو على الهكتار الواحد من اشجار الصنوبر وكم ينمو على نفس الرقعة من اشجار الشوح وكم من اشجار البتولا وكم من اشجار الحور . فى هذه الحالة لا يمكن تقسيم الاشجار حسب النوع وتجميعها مقدما حسب السلالة . وما الذى تبدأ عده اولا هل هى اشجار الصنوبر ثم اشجار الشوح ثم اشجار البتولا ثم اشجار الحور ؟ اربع مرات تمر على نفس المساحة من الارض ؟ الا توجد طريقة لعمل ذلك بصورة اسهل بحيث تمر على رقعة الارض مرة واحدة ؟ نعم ، توجد مثل هذه الطريقة يستخدمها عمال الغابات منذ زمن بعيد . سأريك فيم تنحصر هذه الطريقة على مثال عد المسامير والقلاووظات .

لكى نعد كم فى العلبة من مسامير وقلاووظات مرة واحدة دون ان نقسمها فى البداية حسب انواعها ، نخذ معك قلم رصاص وورقة مقسمة كالآتى

مسامير	قلاووظات

بعد ذلك ابدأ العد . خذ من العلبة كل ما يقع في يدك أولا .
 فاذا كان مسمارا فتؤشر على الورقة بشرطة في مكان المسامير ، اذا
 كان قلاووظا فتؤشر بشرطة في مكان القلاووظات . خذ القطعة
 الثانية وافعل نفس الشيء . خذ ثالث قطعة .. الخ الى ان يخلو الصندوق
 تماما . في نهاية العد سيكون على الورقة في خانة المسامير عددا
 من الشرطات يساوي عدد المسامير التي كانت موجودة في الصندوق
 وفي خانة القلاووظات عدد من الشرطات يساوي عدد القلاووظات .
 يبقى فقط حصر الشرطات التي على الورقة .

ويمكن تبسيط عد الشرطات واسرعه اذا لم نضعها ببساطة
 واحدة بجانب الاخرى بل جمعناها كل خمس سوية ، وعلى
 سبيل المثال بالاشكال المبينة على الشكل ٣٠ . من الافضل تجميع
 المربعات من هذا الشكل في ازواج اي بعد اول ١٠ شرطات نضع
 الشرطة الحادية عشرة في سطر جديد ، وعندما يتكون مربعان في
 السطر الثاني نبدأ المربع التالي في السطر الثالث .. الخ . وستوضع
 الشرطات عندئذ تقريبا في نظام كال المبين على الشكل ٣١ .



شكل ٣٢ . كل مربع
كامل يعنى ١٠

شكل ٣١ . هكذا
ترتب نتائج العد

شكل ٣٠ . شروط
يستحسن جمعها كل
خمسة سوية

ان تعداد الشروط الموضوعه بهذه الطريقة سهل جدا : فانت ترى مباشرة انه توجد هنا ثلاث عشرات كاملة ، وخمسة واحدة وثلاث شروط ايضا اى ان المجموع $38 = 3 + 5 + 30$. ويمكن استخدام اشكال من نوع آخر ، ومثلا تستخدم فى كثير من الاحيان العلامات حيث يرمز كل مربع كامل لعشرة (شكل ٣٢) .

ويجب عليك عند حساب الاشجار مختلفة الانواع على مساحة معينة من الغابة ان تفعل نفس الشيء ولكن سيكون لديك على الورقة لا خانتين وانما اربع خانات . ومن الافضل هنا الا تكون لدينا خانات رأسية وانما افقية . وقبل العد تحمل الورقة الشكل المبين على الشكل ٣٣ .

في نهاية العد يتكون على الورقة تقريبا ما هو مبين على الشكل ٣٤ .

ومن السهل جدا في هذه الحالة ان نحصل على النتيجة النهائية

اشجار الصنوبر ٥٣ ، اشجار البتولا ٤٦

اشجار الشوح ٧٩ ، اشجار الحور ٣٧

ويمكن لربة البيت ان تفعل نفس الشيء لدى وضع قائمة بالملابس اللازم غسلها فتختصر الجهد والوقت .

اذا كان يلزمنا ، مثلا ، معرفة انواع المزروعات وكم عددها على رقعة صغيرة من المرعى فانت الآن على معرفة بطريقة حل هذه المسألة في اقصر وقت ممكن . نكتب على ورقة مسبقا اسماء المزروعات التي لاحظتها مع ابقاء خانة لكل نوع وترك عدة خانات احتياطية للمزروعات التي قد تصادفك ايضا . ستبدأ العد مثلا بورقة كالمبينة على الشكل ٣٥ .

بعد ذلك يجب القيام بنفس ما صنعناه عند عد الاشجار فى مساحة معينة من الغابة .

٤٤ - لماذا تعد اشجار الغابة ؟ يبدو هذا لسكان المدينه
عملية غير ممكنة . وفى رواية ليف تولستوى « آنا كارينينا » يسأل
ليفين خبير الاقتصاد الزراعى قريبه الذى لا يعرف شيئا عن هذا
والذى يعتزم بيع غابة :

- هل عدت الاشجار ؟

ويجب هذا باستغراب :

- كيف تعد الاشجار ؟ عد الرمال ، اشعة الكواكب على
الرغم من انه يمكن ان يقوم به عقل كبير ...
- حسنا ، ولكن العقل الكبير لريبيين (التاجر) يستطيع ذلك
ولن يشتري اى فلاح شيئا دون ان يعد .

يجرى تعداد الاشجار فى الغابة لكى يحدد عدد الامتار المكعب
من الخشب فيها . ولا تعد اشجار الغابة كلها ولكن يعد جزء معين
مساحته ربع او نصف هكتار يجرى اختياره بحيث يكون تكوينه
وكثافته وسمك وارتفاع اشجاره ذات معدل متوسط بالنسبة لهذه
الغابة . وللاختيار الصحيح لمثل هذه « المساحة التجريبية » يجب
بالطبع ، ان تكون لديك عين خبيرة . وعند العد لا يكفى تحديد
عدد الاشجار من كل نوع ، ولكن يلزم ايضا معرفة عدد الجذور
ذات السمك المعين : كم منها ذات سمك ٢٥ سم وكم ذات

سمك ٣٠ سم وكم ذات سمك ٣٥ سم .. الخ . ولذلك من الضروري ان يوجد في الكشف اكثر من اربع خانات حتى في حالتنا المبسطة . ويمكن ان تتخيل الآن كم عدد المرات كان يجب ان نجول الغابة لو اننا عددنا الاشجار بالطريقة العادية وليس كما هو وارد هنا .

وكما ترى يكون العد عملية سهلة وبسيطة فقط عند عد الاشياء المتجانسة . اما اذا كان لابد من معرفة عدد اشياء غير متجانسة فيلزم استعمال الطرق الخاصة التي بيتاها توا والتي لا يعرف الكثيرون بوجودها .

ألفان عادية

٤٥ - مائة روبل مقابل خمسة روبلات . قدم أحد العدادين
المسرحيين في إحدى حفلاته للمشاهدين الاقتراح المغري التالي :
- أعلن امام المشاهدين اننى سأدفع ١٠٠ روبل لكل من
يعطينى ٥ روبلات بعشرين قطعة من فئة ٥٠ ، ٢٠ و ٥ كوبيكات .
مائة روبل مقابل خمس ! من يرغب ؟
نخيم السكون على القاعة .
وغرق المشاهدون فى التفكير . وجرت الاقلام على صفحات
المفكرات ، ولكن لم يصل اى اقتراح جوابى .
- أرى ان المشاهدين يجدون ان ٥ روبلات مبلغ كبير
جدا لاخذ ١٠٠ روبل . فلتسمحوا لى ان انخصم روبلين واحدد
سعرا منخفضا هو ٣ روبلات بعشرين قطعة من الفئات المذكورة .
ادفع ١٠٠ روبل مقابل ثلاثة روبلات ! ليقف الراغبون فى طابور !
ولكن لم يقف احد فى الطابور . لقد ابطأ المتفرجون فى استغلال
هذه المناسبة النادرة .

— أمن المعقول ان تكون ثلاثة روبلات مبلغا كبيرا ! حسنا ،
سأخصم من المبلغ روبلا آخر ، ادفعوا بالعشرين قطعة المبينة
روبلين فقط وسأعطيكم حالا مائة روبل .

بما انه لم يبد احد استعداده للمقايضة ، فقد استطرد العداد يقول :
— قد تكون معكم نقود من فئات صغيرة ؟ لا تخرجلوا من ذلك ،
سأصدقكم واعتبرها سلفة . اعطوني فقط على ورقة كم من القطع
من كل نوع ستتكفلون باعطائها لي .

٤٦ — الالف . هل تستطيع ان تعبر عن العدد ١٠٠٠ بثمانية
ارقام واحدة ؟

يسمح عند ذلك بالاضافة الى الارقام باستخدام علامات العمليات
المختلفة .

٤٧ — اربع وعشرون . من السهل جدا ان نعبر عن العدد ٢٤
بثلاث ثمانيات $8 + 8 + 8$. ولكن هل تستطيع ان تفعل نفس
الشيء لا باستخدام الثمانيات وانما باستخدام ثلاث ارقام اخرى
متساوية ؟ للمسألة عدة حلول . . .

٤٨ — ثلاثون . من السهل التعبير عن العدد ثلاثين بثلاث خمسات
 $5 \times 5 + 5$. والأصعب من ذلك ان نجريه باعداد متساوية اخرى .
جرب ، قد تستطيع ان تجد عدة حلول ؟

٤٩ — الارقام الناقصة . في هذا المثال عن الضرب استبدل اكثر
من نصف الارقام بنجوم :

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 2 \\
 \hline
 2 \\
 2 \\
 + \\
 *200 \\
 \hline
 1*8*2*
 \end{array}$$

هل تستطيع ان تضع الارقام الناقصة ؟
 ٥٠ - ما هي الاعداد ؟ اليكم مسألة اخرى من هذا النوع .
 المطلوب تحديد ، الاعداد التي تضرب في المثال التالى :

$$\begin{array}{r}
 *** \\
 1** \\
 \hline
 2*** \\
 12* \\
 + \\
 *** \\
 \hline
 1*77*
 \end{array}$$

٥١ - ما الذى قسمناه ؟ ضع الارقام الناقصة فى مثال القسمة
 الآتى :

$$\begin{array}{r}
 *2*** \overline{) 320} \\
 *000 \\
 \hline
 *200 \\
 *900 \\
 \hline
 *00 \\
 *00 \\
 \hline
 *00
 \end{array}$$

٥٢ - القسمة على ١١ . اكتب اى عدد مؤلف من تسعة ارقام بحيث لا توجد فيه ارقام مكررة (كل الارقام مختلفة) ، والذي يقسم بدون باق على ١١ .

اكتب اكبر هذه الاعداد .

اكتب اصغر هذه الاعداد .

٥٣ - حالات غريبة لعملية الضرب . فلتنظروا الحالة الآتية لضرب عددين :

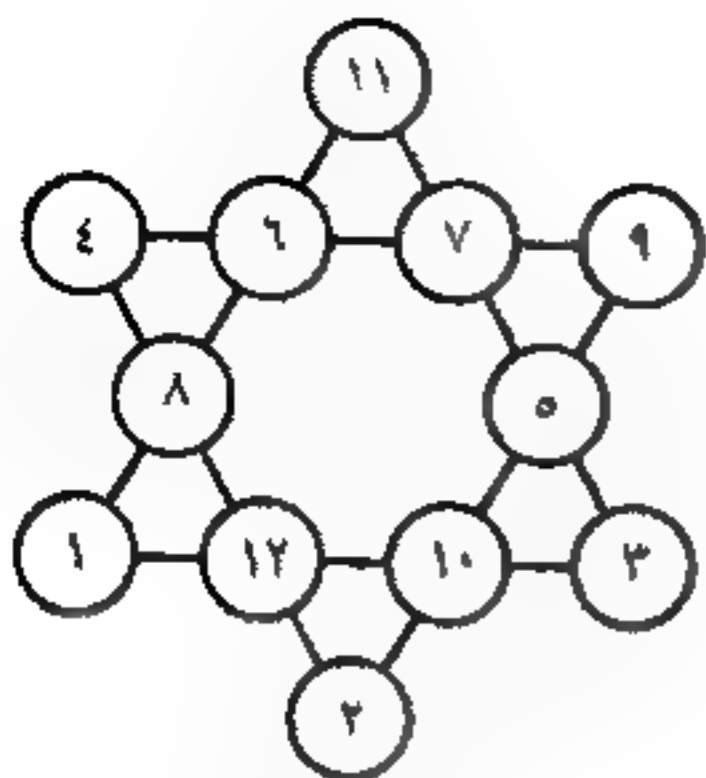
$$٧٦٣٢ - ١٥٩ \times ٤٨$$

فهي مثيرة لانه تشترك فيها مرة واحدة كل الارقام التسعة . هل تستطيعون اختيار عدة امثلة كهذا المثال ؟ وكم عددها اذا كانت توجد عموما ؟

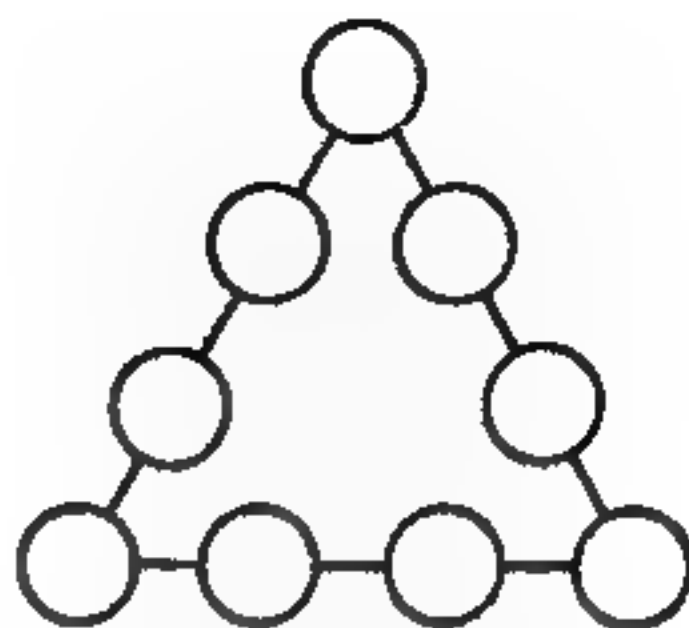
٥٤ - المثلث العددى . فى دوائر هذا المثلث (شكل ٣٦) ضع كل الارقام التسعة بحيث يكون مجموعها على كل جهة يساوى ٢٠ .

٥٥ - مثلث عددى آخر . ضع الاعداد فى دوائر نفس المثلث (شكل ٣٦) بحيث يكون مجموع كل جانب مساويا لـ ١٧ .

٥٦ - النجمة السحرية . للنجمة العددية ذات الستة رؤوس المبينة على الشكل ٣٧ خاصية «سحرية» : فان جميع الصفوف الستة للاعداد يكون لها نفس المجموع :



شكل ٣٧ . نجمة عددية ذات ستة رؤوس



شكل ٣٦ . وضع في الدوائر تسعة ارقام

$$٢٦ = ١ + ٨ + ٦ + ١١$$

$$٢٦ = ٩ + ٧ + ٦ + ٤$$

$$٢٦ = ٣ + ٥ + ٧ + ١١$$

$$٢٦ = ٢ + ١٢ + ٨ + ٤$$

$$٢٦ = ٣ + ١٠ + ١٢ + ١$$

$$٢٦ = ٢ + ١٠ + ٥ + ٩$$

ولكن مجموع الاعداد الموضوعة على رؤوس النجمة مختلف :

$$٣٠ = ١ + ٢ + ٣ + ٩ + ١١ + ٤$$

الا تستطيعون من تحسين هذه النجمة بحيث تضع الاعداد في الدوائر بشكل يجعل الصفوف الستة ذات مجموع واحد (٢٦) وكذلك مجموع الأعداد على رؤوس المثلث يساوى نفس المجموع الاول (٢٦) ؟

حل الالغاز ٤٥ - ٥٦

٤٥ - ان كل المسائل الثلاث الغير قابلة للحل ، كان العدد يستطيع ان يعد باعطاء اى جائزة لحلها . لكى نتأكد من ذلك نستعين بعلم الجبر وسننظر المسائل واحدة تلو الاخرى .
دفع ال ٥ روبلات . لنفرض ان الدفع ممكن ، ومن اجل ذلك ازم س قطعة من فئة ٥٠ كويكا ، و ص قطعة من فئة ٢٠ كويكا وع قطعة من فئة ٥ كويكات ، عندئذ تكون لدينا المعادلة :

$$٥٠س + ٢٠ص + ٥ع = ٥٠٠$$

بالاختصار على ٥ نحصل على :

$$١٠س + ٤ص + ع = ١٠٠$$

بالاضافة الى ذلك ، بما ان العدد الكلى للقطع النقدية تبعا للشرط يساوى ٢٠ ، فان س ، ص وع مرتبطة ببعضها بمعادلة اخرى :

$$س + ص + ع = ٢٠$$

بطرح هذه المعادلة من المعادلة الاولى ، نحصل على :

$$٩س + ٣ص = ٨٠$$

وبقسمتها على ٣ ، نوصل المعادلة الى الشكل :

$$٣س + ص = ٢٦ \frac{٢}{٣}$$

ولكن ٣ ص - العدد الثلاثي للقطع النقدية من فئة ٥٠ كوبيكا هو بلا شك عدد صحيح . كما ان عدد القطع النقدية من فئة ٢٠ كوبيكا ص هو عدد صحيح ايضا . ولكن مجموع عددين صحيحين لا يمكن ان يكون كسرا $(\frac{2}{3} \times 26)$. وافترضنا ان هذه المسألة قابلة للحل ، يؤدي كما نرى الى المستحيل ، وهذا يعنى ان المسألة غير قابلة للحل .
بنفس الطريقة يستطيع القارئ ان يتأكد من ان المسألتين الاخرين « الرخيصتين » غير قابلتين للحل ايضا : عند دفع ٣ روبلات وروبلين . الاولى توصل الى المعادلة :

$$3 \text{ ص} + 1 \text{ ص} = 13 \frac{1}{3}$$

وتؤدي الثانية الى المعادلة :

$$3 \text{ ص} + 6 \text{ ص} = 6 \frac{2}{3}$$

وكلاهما لا تحلان بالاعداد الصحيحة .

وكما ترون فان العداد لم يغامر بناتا عندما اقترح مبالغ ضخمة لحل هذه المسائل . ولن يتم منح المكافآت ابدا .
اما اذا كان قد طلب ان يدفع بعشرين قطعة نقدية ذات الفئة المذكورة ليس ٥ روبلات وليس ٣ ولا روبلين ولكن ٤ روبلات مثلا ، فعندئذ تحل المسألة بسهولة بسبع طرق مختلفة * .

* ان احد الحلول الممكنة هو : ٦ قطع من فئة ٥٠ كوبيك وقطعتان من فئة عشرين كوبيكا و ١٢ قطعة من فئة ٥ كوبيكات .

$$1000 = 8 + 8 + 8 + 88 + 888 - 46$$

وتوجد حلول أخرى .

٤٧ - اليك هذين الحلين :

$$24 = 3 - 33 \quad , \quad 24 = 2 + 22$$

٤٨ - نورد ثلاثة حلول :

$$30 = 3 - 33 \quad , \quad 30 = 3 + 33 \quad , \quad 30 = 6 - 6 \times 6$$

٤٩ - تكمل الاعداد الناقصة تدريجيا اذا التزمنا بالاسلوب التالى فى التفكير .

وللسهولة سنضع ارقاما للاسطر :

I	* 1 *	
II	2 * 2	×
III	* 2 *	
IV	2 * 2	
V	* 2 * 0	+
VI	1 * 8 * 30	

من السهل ادراك ان آخر نجمة فى السطر III هو الرقم الصفر :
هذا واضح من ان الصفر يوجد فى آخر السطر VI .

والآن نحدد قيمة النجمة الاخيرة للسطر الاول I : هذا الرقم الذى يعطى من ضربه فى ٢ عددا ينتهى بصفر ، ويعطى من ضربه فى ٣ عددا ينتهى بـ ٥ (السطر V) . ولا يمكن ان يكون هذا الرقم سوى ٥ .

وواضح بعد ذلك انه فى نهاية السطر IV يوجد الرقم صفر .
 (قارن الارقام الواقعة فى المكان الثانى من النهاية فى السطور III و VI !) .

ومن السهل معرفة ما الذى يختفى تحت النجمة فى السطر II :
 ٨ ، لان ٨ فقط تعطى عندما تضرب فى العدد ١٥ النتيجة التى
 تنتهى بـ ٢٠ (السطر IV) .

وفى النهاية تصبح واضحة قيمة النجمة الاولى فى السطر I :
 انه الرقم ٤ ، لان ٤ فقط تعطى عند ضربها فى ٨ النتيجة التى
 تبدأ بـ ٣ (السطر IV) ومعرفة بقية الارقام الآن لا تمثل اى صعوبة ،
 فيكفى ضرب الاعداد فى السطرين الاولين اللذين تم تحديدهما الآن .
 فى النهاية نحصل على مثال الضرب الآتى :

$$\begin{array}{r}
 415 \\
 382 \\
 \hline
 830 \\
 3320 + \\
 1245 \\
 \hline
 158530
 \end{array}$$

٥٠ - وبنفس الطريقة التى اوردناها فى المثال السابق يمكن
 تحديد قيمة النجوم فى الحالة هذه .
 نحصل على :

$$\begin{array}{r}
 325 \\
 147 \times \\
 \hline
 2275 \\
 1300 + \\
 325 \\
 \hline
 4775
 \end{array}$$

٥١ - واليك حالة القسمة المطلوبة :

$$\begin{array}{r}
 52600 \overline{) 325} \\
 \underline{325} \\
 2010 \\
 \underline{1900} \\
 600 \\
 \underline{600} \\
 0
 \end{array}$$

٥٢ - لحل هذه المسألة تلزم معرفة شرط القسمة على ١١ .
يقسم العدد على ١١ اذا كان الفرق ما بين مجموع الارقام الواقعة
في الاماكن الزوجية ومجموع الارقام الواقعة في الاماكن الفردية
يقسم على ١١ او يساوى الصفر . فلنختبر ، على سبيل المثال ،
العدد ٢٣٦٥٨٩٠٤ .

مجموع الارقام التي في الاماكن الزوجية :

$$21 = 4 + 9 + 5 + 3$$

ومجموع الارقام التي في الاماكن الفردية :

$$16 = 0 + 8 + 6 + 2$$

الفرق بينهما (يلزم طرح الاصغر من الاكبر) يساوى :

$$٥ - ١٦ - ٢١$$

هذا الفرق (٥) لا يقسم على ١١ وهذا يعنى ان العدد الذى اخذناه لا يقسم بدون باقى على ١١ .

فلنجرب عددا آخر ٧٣٤٤٥٣٥ ؛

$$١١ = ١٠ - ٢١ ، ٢١ = ٥ + ٥ + ٤ + ٧ ، ١٠ = ٣ + ٤ + ٣$$

بما ان ١١ تقسم على ١١ اذن فالعدد المختار من مضاعفات ١١ .
والآن من السهل ان نعرف كيف يمكن كتابة الارقام التسعة
لكى نحصل على عدد مكرر ل ١١ ويحقق متطلبات المسألة :

وعلى سبيل المثال : ٣٥٢٠٤٩٧٨٦

$$٢٢ = ٨ + ٩ + ٠ + ٥ ، ٢٢ = ٦ + ٧ + ٤ + ٢ + ٣$$

الفرق ٢٢ - ٢٢ = صفر . وهذا يعنى ان العدد المختار من مكررات
ال ١١ .

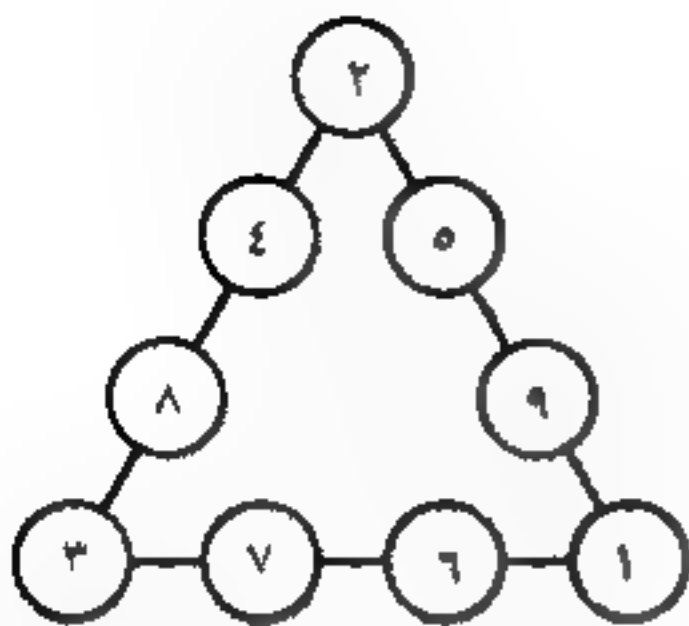
ان اكبر عدد من هذه الاعداد هو : ٩٨٧٦٥٢٤١٣

واصغرها : ١٠٢٣٤٧٥٨٦ .

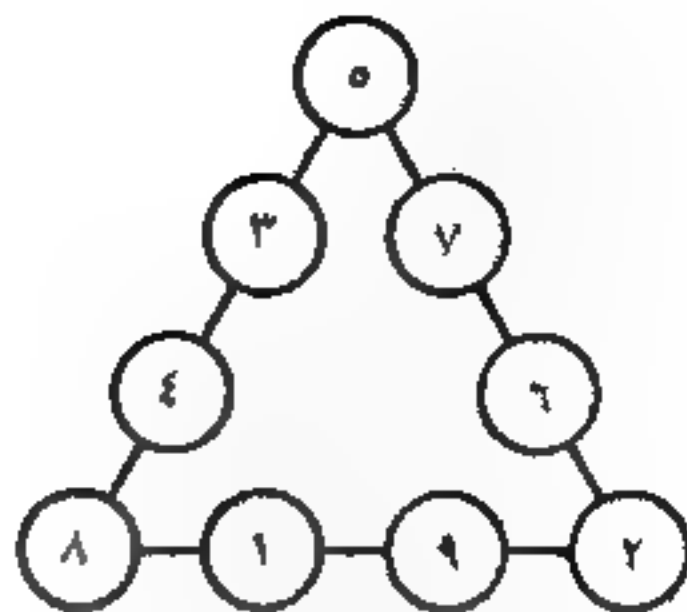
٥٣ - يستطيع القارئ الصبور ان يجد تسع حالات لمثل هذا
الضرب وهى كالآتى :

$$٧٦٣٢ = ١٥٩ \times ٤٨ ، ٥٧٩٦ = ٤٨٣ \times ١٢$$

$$٤٣٩٦ = ١٥٧ \times ٢٨ ، ٥٧٩٦ = ١٣٨ \times ٤٢$$



شكل ٣٩



شكل ٣٨

$$٦٩٥٢ = ١٧٣٨ \times ٤ \quad , \quad ٥٣٤٦ = ٢٩٧ \times ١٨$$

$$٧٨٥٢ = ١٩٦٣ \times ٤ \quad , \quad ٥٣٤٦ = ١٩٨ \times ٢٧$$

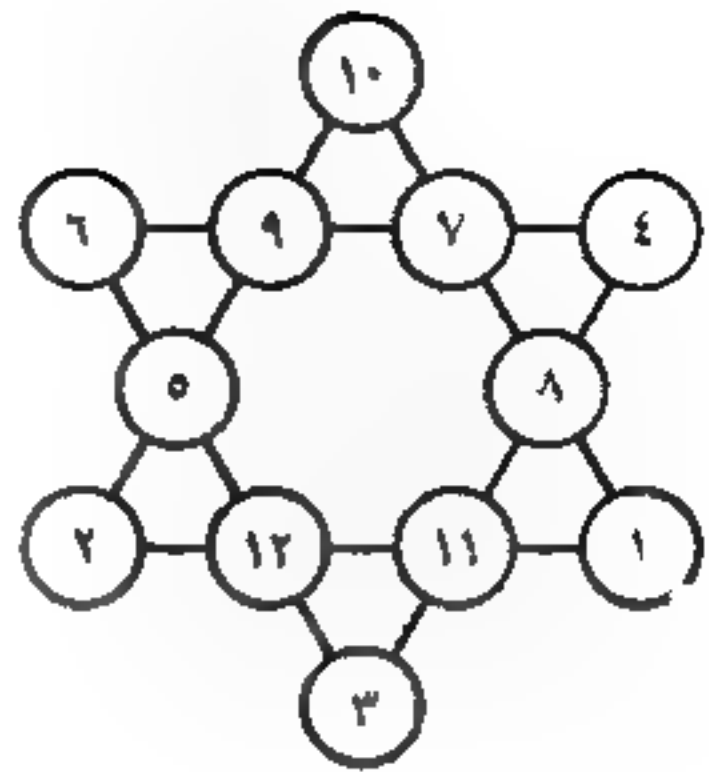
$$, \quad ٧٢٥٤ = ١٨٦ \times ٣٩$$

٥٤-٥٥. الحلول مبينة على الشكلين ٣٨ و ٣٩ المرفقة .
يمكن إعادة وضع الارقام المتوسطة لكل صف مكان بعضها البعض الآخر ، وبالتالي نحصل على مجموعة حلول اخرى .

٥٦- لتسهيل ايجاد الوضع المناسب للاعداد ستبعض المفاهيم الآتية .

ان مجموع الاعداد على اطراف النجمة المطلوبة يساوى ٢٦ ،
ومجموع كل اعداد النجمة ٧٨ . هذا يعنى ان مجموع الاعداد
لسداسى الاضلاع الداخلى يساوى $٥٢ = ٢٦ - ٧٨$.

لنبحث بعد ذلك أحد
 المثلثات الكبيرة . مجموع
 اعداد كل من اضلاعه يساوى
 ٢٦ ، فلنجمع اعداد كل
 الاضلاع الثلاثة - نحصل على
 $78 = 3 \times 26$ ، مع العلم ان
 كلا من الاعداد التى فى الزوايا
 يتكرر مرتين . وبما ان
 مجموع اعداد الازواج الثلاثة



شكل ٤٠

الداخلية (اى مجموع الاعداد لاسداسى الاضلاع الداخلى) يجب ،
 ونحن نعرف ذلك ، ان يساوى ٥٢ ، فان المجموع المضاعف
 للاعداد على رؤوس كل مثلث يساوى $78 - 52 = 26$ ، اما
 المجموع مرة واحدة $= 13$.

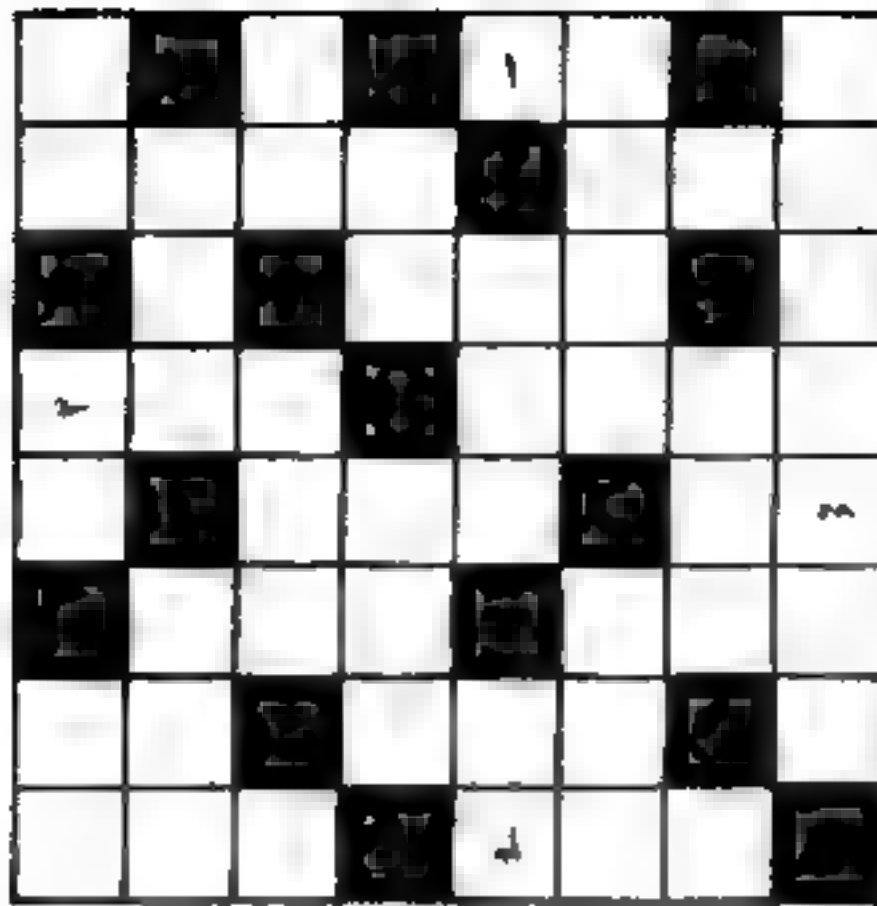
ولقد ضاق مجال البحث الآن كثيرا . فنحن نعرف ، مثلا ،
 ان لا ١٢ و لا ١١ لا يمكن ان تحتل اماكن فى رؤوس النجمة
 (لماذا ؟) . وهذا يعنى انه يمكن بدأ التجارب من ١٠ بحيث يتحدد
 مرة واحدة العددان اللذان يجب ان يحتلا رأسى المثلث الآخرين :
 ١ و ٢ .

وبمواصلة السير قدما بهذه الطريقة يمكن لنا فى النهاية ايجاد
 الوضع المطلوب . وهذا الوضع مبين على الشكل ٤٠ .

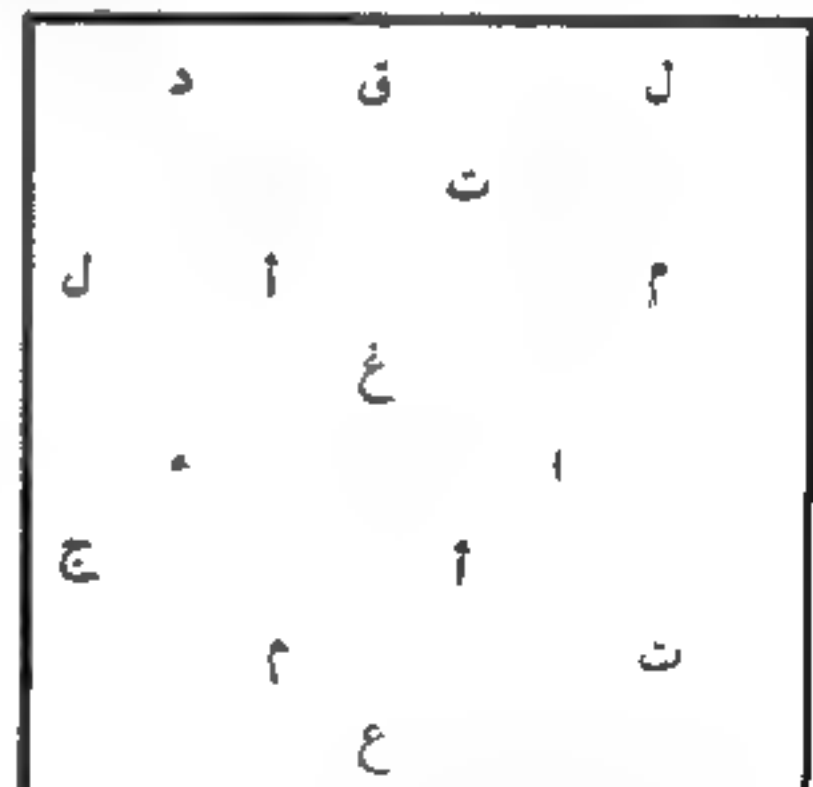
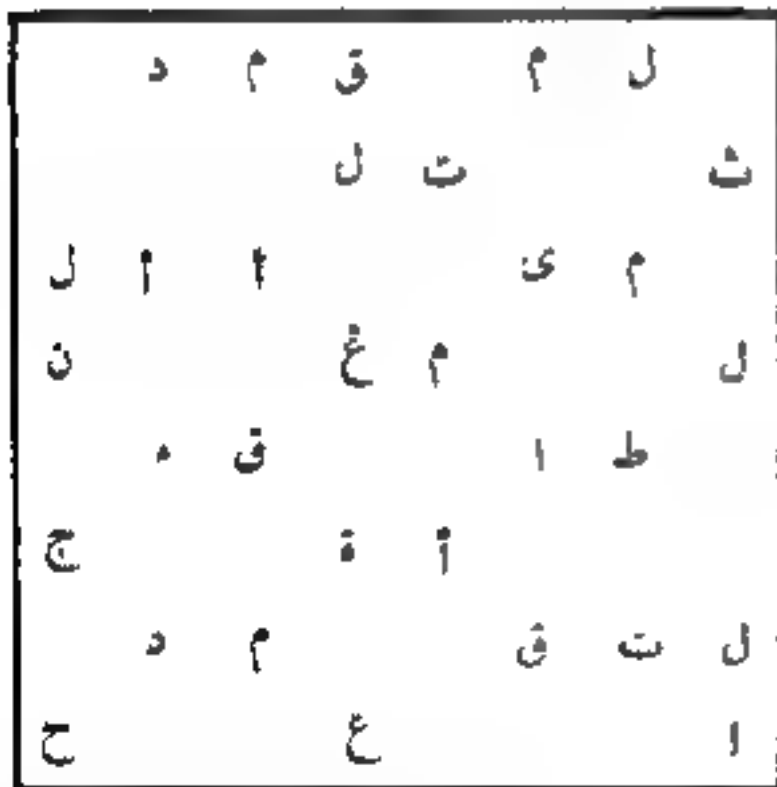
المراسلة بالشفرة

٥٧ - الشبكة . يضطر الثوري الذي يمارس العمل السري ان يكتب كتاباته ورسائله مع الرفاق بحيث لا يستطيع احد آخر ان يفهم ما هو المكتوب . من اجل ذلك تستخدم طريقة خاصة للكتابة تسمى « بالكتابة السرية » (او « الكريبتوجرافيا ») . توجد اساليب مختلفة للكتابة السرية ويستخدمها ليس الذين يعملون في العمل السري فقط ولكن ايضا الدبلوماسيون والعسكريون للمحافظة على اسرار الدولة . وستحدث بعد ذاك عن احدى طرق الكتابة السرية ، وبالذات تلك المسماة بطريقة « الشبكة » . هذه الطريقة تنتمي الى الطرق البسيطة نسبيا ومرتبطة ارتباطا قويا بالحساب . يجب على الافراد الذين يريدون ان يمارسوا الكتابة السرية بهذه الطريقة ان يتزودوا بـ « شبكة » ، وهي عبارة عن مربع ورقي حفرت عليه مربعات .

وترون نموذج الشبكة على الشكل ٤١ . وتوضع الفتحات لا بطريق عشوائي ، ولكن بنظام معين سيتضح لكم فيما بعد .



شكل ٤١ . شبكة للكتابة السرية (اعمل مثل هذه الشبكة من الورق واقرأ الكتابة السرية على الشكل ٤٥)



شكل ٤٢ . برفع الشبكة نرى الكتابة
شكل ٤٣ . نكتب بعد ذلك ال ١٦ حرفا التالية

لنفرض ان المطلوب ارسال الرسالة التالية الى رفيق : لقد تم
الغاء اجتماع ممثلى المنطقة . لقد حذر احدهم دائرة البوليس .
الرفيق انطون .

يضع الكاتب الشبكة على قطعة ورق ، ويكتب الرسالة حرف
بعد حرف فى فتحات الشبكة . بما ان عدد الفتحات ١٦ ، فاولا
يكتب فقط جزء من الرسالة : لقد تم الغاء اجتماع ...
وعندئذ نزع الشبكة ، نرى الكتابة المبينة على الشكل ٤٢ .

ومن الواضح انه لا يوجد هنا اى شىء سرى بعد ، ويمكن لاي
فرد ان يفهم ببساطة الكلام المكتوب . ولكن هذه هى البداية فقط .
لن تبقى الرسالة على هذا الشكل . المختفى يدير الشبكة فى اتجاه
عقرب الساعة بربع دورة ، اى يضعها على نفس قطعة الورق بحيث
ان العدد ٢ الذى كان سابقا فى الجنب ، يكون الآن الى اعلى . عند
الوضع الجديد للشبكة تكون جميع الحروف المكتوبة سابقا مغطاة ،
اما فى الفتحات فتظهر ورقة بيضاء . نكتب فى هذه الفتحات
الـ ١٦ حرفا التالية من البرقية السرية. ولو اننا نزعنا الشبكة عندئذ
لحصلنا على الكتابة المبينة على الشكل ٤٣ . هذه الكتابة لن يفهمها
ليس فقط الانسان الخارجى بل ونفس من كتبها لو انه نسي نص
رسالته .

ولكن مكتوب الآن فقط نصف الرسالة وبالذات : لقد تم
الغاء اجتماع ممثلى المنطقة . لقد ح ...

ل	ل	م	ذ	ق	م	د	.
ث	ى	أ	ت	ل	س	ح	
د	م	ى	ل	هـ	أ	أ	ل
ل	م	ر	م	غ	د	ف	ن
ى	ط	ا	ا	ق	ق	.	
ز	ن	ر	أ	ة	ط	ة	ح
ل	ت	ق	و	أ	م	د	ن
ا	ل	أ	ب	ع	ب	ر	ح

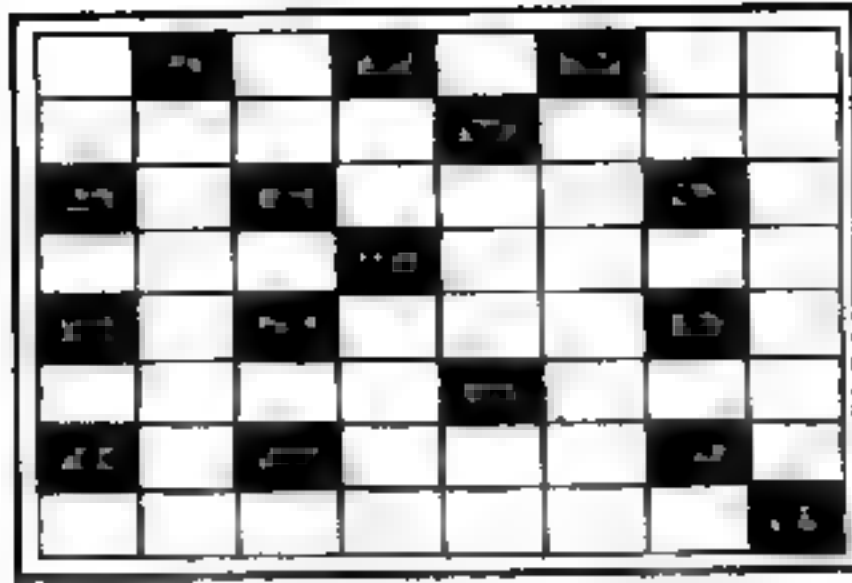
ل	م	ذ	ق	م	د	ر	
ث		أ	ت	ل	ح		
د	م	ى	هـ	أ	أ	ل	
ل	م	م	غ	د	ن		
	ط	ا	ا	ق	.		
و		أ	ة	ة	ج		
ر	ت	ق	أ	م	د		
ل		ب	ع	و	ح		

شكل ٤٤ . يجب من جديد ادارة الشبكة شكل ٤٥ . الكتابة السرية جاهزة

للكتاب ما بعد ذلك ، تلزم ادارة الشبكة بمقدار ربع دورة فى اتجاه عقرب الساعة . ستغطى كل ما هو مكتوب ويظهر ١٦ مربعا خاليا . وتجد لها مكانا فى هذه المربعات عدة كلمات اخرى ، وتأخذ الرسالة الشكل المبين على الشكل ٤٤ .

وفى النهاية يعمل الدوران النهائى بحيث يكون العدد ٤ الى اعلى ويكتب فى ال ١٦ مربعا البيضاء نهاية الرسالة . اذا اتضح ان هناك مربعات خالية فيكتب فيها أ ب ت .. حتى لا تكون فى الرسالة فراغات وتأخذ الرسالة الشكل المبين على الشكل ٤٥ .

فلتحاول ان تعرف اى شىء من هذا الشكل . ولتقع الرسالة فى يد البوليس ويشتبه البوليس فى امرها قلم ما يريد ، فى انها تحتوى على شىء هام ، فلا يمكن ان يعرف مكنون الرسالة الا الشخص



شكل ٤٦ . شبكة على شكل كارت بريدي

المرسلة اليه فقط الذى يمتلك مثل تلك الشبكة التى استخدمها المرسل بالضبط .

كيف سيقراً المرسل اليه هذه الرسالة السرية ؟ سيضع شبكته على الرسالة بحيث يكون الرقم ١ الى اعلى ويكتب تلك الحروف التى تظهر فى الفتحات وستكون هذه هى ال ١٦ حرفا الاولى من الرسالة . ثم يدير الشبكة فتظهر امامه ال ١٦ حرفا التالية . وبعد ان يدير الشبكة للمرة الرابعة ستكون الرسالة كلها قد قرأت . يمكن ان تستخدم بدلا من الشبكة المربعة شبكة مستطيلة على شكل كارت بريدي ذى فتحات عريضة (شكل ٤٦) تكتب فيها اجزاء الكلمات وليس الحروف فقط ، وفى بعض الاحيان كلمة كاملة لو امكن وضعها فى الفتحة .

لا تفكر ان الكتابة ستكون فى هذه الحالة ممكنة القراءة اكثر

مما فى الطريقة الاولى . كلا البتة ، على الرغم من ان مقاطع بل
كلمات كاملة منها واضحة ولكنها مختلطة فى ترتيب غير معقول
بحيث ان السر يبقى فى حرز حريز . وتوضع الشبكة المستطية
اولا بحيث يكون احد جوانبها الى اعلى ، ثم العكس ، وبعد ذلك
تدار فى الاتجاه الايسر ثم يستخدمونها فى الوضعين مرة اخرى .
وفى كل وضع جديد تغطى الشبكة كل ما كان مكتوبا سابقا .
ولو كان من الممكن استخدام شبكة واحدة فان طريقة الكتابة
بواسطتها لم تكن لتتفع من حيث السرية . فقد توجد فى ايدى
البوليس هذه الشبكة الواحدة وينكشف السر بسرعة . ولكن المسألة
فى ان عدد الشبكات المختلفة كبير جدا .

١	٥	٩	١٣	٤	٣	٢	١
٢	٦	١٠	١٤	٨	٧	٦	٥
٣	٧	١١	١٥	١٢	١١	١٠	٩
٤	٨	١٢	١٦	١٦	١٥	١٤	١٣
١٣	١٤	١٥	١٦	١٦	١٢	٨	٤
٩	١٠	١١	١٢	١٥	١١	٧	٣
٥	٦	٧	٨	١٤	١٠	٦	٢
١	٢	٣	٤	١٣	٩	٥	١

شكل ٤٧ . اكثر من اربعة مايلات شبكة سرية فى كل مربع

يبين الشكل ٤٧ جميع الشبكات التي يمكن ان تصنع للمربع المؤلف من ٦٤ خلية . وتستطيع ان تختار للفتحات اى ١٦ مربعا ، بحيث تأخذ بعين الاعتبار ان يكون عدد المربعات المختارة ليس اكثر من اثنين ذى رقم واحد . وفي الشبكة التي استخدمناها الآن ، اخذت الارقام الآتية للخلايا

٢	١٣	٥
	٨	
١٠	١١	٣
	١٦	
١٢		١٤
١٥		٩
٦		٧
١		٤

وكما ترى فانه لا يتكرر اى رقم .

من السهل تفهم نظام وضع الارقام فى المربع (شكل ٤٧) . فهو يقسم الى خطوط عرضية الى اربع مربعات اصغر يرمز لها للتسهيل بالحروف الرومانية I و II و III و IV (شكل ٤٨) . فى المربع I رقت المربعات فى تسلسل عادى . والمربع II — هو نفس المربع I لكنه يدار فقط بمقدار ربع دورة الى اليمين . وبإدارته

ربع دورة اخرى نحصل على المربع III ،
وعند ادارته بمقدار ربع دورة اخرى نحصل
على المربع IV .

I	II
III	IV

شكل ٤٨ . رسم
تخطيطي لتوضيح
الشكل ٤٧

فلنحسب الآن رياضيا كم يمكن ان
يكون عدد الشبكات المختلفة . الخلية رقم
١ يمكن ان تؤخذ (كفتحة) في اربع اماكن .
وفي كل حالة يمكن توصيل الخلية رقم ٢
باخذها ايضا في ٤ اماكن . وبالتالي يمكن تحديد فتحتين ؛
 4×4 اي ؛ ١٦ طريقة . وثلاثة فتحات ؛ $4 \times 4 \times 4 = 64$
طريقة . وبالتفكير بهذه الطريقة يمكن تحديد ان ١٦ فتحة
يمكن ان توضع ؛ ١٦٤ طريقة (حاصل ضرب ست عشرة
اربعات) . وهذا العدد يزيد عن ٤ مليارات . وحتى لو اعتبرنا
ان حساباتنا مبالغ فيها بعدة مرات (اذ انه ليس من المريح
استخدام شبكات ذات فتحات متجاورة ، ويجب استثناء
هذه الحالات) فانه تبقى عدة مئات الملايين من الشبكات -
محيط كامل ! فلتحاول ان تجد فيه الشبكة المطلوبة .

لو فرضنا ان مجموعة العاملين لفك الشفرة تضيع على تحضير
الشبكة والمراجعة ، دقيقة واحدة ، فلحل شفرة الرسالة يمكن ان
تتوزم مئات الملايين من الدقائق - اي آلاف من السنين كاملة
ولكن كل هذا صحيح فقط في حالة ما اذا كانت عملية فك

الشفرة تم كما يقال « بالأيدي المجردة » . وفي كتاب « الجبر
المسلي » لكاتب هذه السطور يمكن ان تقرأوا عن الحاسبات السريعة .
ومثل هذه الماكينات تستطيع بواسطة برنامج معين ان تقوم بمئات
الآلاف وحتى ملايين من العمليات الحسابية في الثانية . وهي
تستطيع ليس فقط ان تحسب ولكن تستطيع ان تختار كل الشبكات
الممكنة واختيار فيما اذا تعطى اى من هذه الشبكات نصا مفهوما -
ويلازم فقط ان نضع البرنامج المناسب لمثل هذه الماكينة . ولو
ان تجربة شبكة واحدة على الماكينة يستلزم ، مثلا ، جزءا واحدا
من الالف من الثانية ، فلمراجعة مئات الملايين من الشبكات تلزم
مئات الآلاف من الثواني اى عدة ايام . وكما ترى فانه فى ايامنا
هذه تصبح عملية المحافظة على سرية الرسائل عملية صعبة .

٥٨ - كيف يمكن تذكر الشبكة ؟ ولكن لنفرض ان الخوف
من ان اكتشف السر بواسطة الماكينات غير موجود . لنقل ان
محتوى الرسالة يجب ان يبقى سرا فقط لمدة ٢ - ٣ ايام ، ويمكن
ان نعتبر هذا الزمن غير كاف لمصادرة الرسالة ، وارسالها الى مركز
الحساب وحلها . وقرر العاملون سرا استخدام الشبكة . ومن المفهوم
انه يجب على كلا المتراسلين ان يلتزما اليقظة لكى لا تقع شبكتهما
فى ايد غريبة . من الاحسن الا تحفظ الشبكات بل ان تحضر
عند استلام الرسالة ثم القضاء عليها بعد قراءة الرسالة . ولكن كيف
يمكن حفظ مكان الفتحاح ؟ هنا تأتى الينا الرياضيات للمساعدة

٨٢ = ٠١٠١٠٠١٠ =							
٨ = ٠٠٠٠١٠٠٠ =							
١٦٢ = ١٠١٠٠٠١٠ =							
١٦ = ٠٠٠١٠٠٠٠ =							
٦٨ = ٠١٠٠٠١٠٠ =							
١٣٦ = ١٠٠٠١٠٠٠ =							
٣٤ = ٠٠١٠٠٠١٠ =							
١٧ = ٠٠٠١٠٠٠٠ =							

شكل ٤٩ . الشبكة الحسابية السرية

مرة أخرى . سنرمز للنوافذ بالرقم ١ وسنرمز للمربعات الأخرى بالرقم صفر .
عندئذ يأخذ أول صف من مربعات الشبكة هذا الرمز (شكل ٤٩) :

٠١٠١٠٠١٠

او بحذف الصفر الأخير :

١٠١٠٠١٠

يرمز للصف الثاني بعد حذف الأصفار الأخيرة بالآتي :

١٠٠٠

الصفوف التالية ستأخذ الرموز الآتية :

١٠٠٠١٠٠٠ ١٠١٠٠٠١٠

١٠٠٠١٠ ١٠٠٠٠

١٠٠٠١ ١٠٠٠١٠٠

لتبسيط كتابة هذه الأعداد سنعتبر أنها مكتوبة لا بالنظام العشري الذي يستخدم عادة ولكن بالنظام « الثنائي » . هذا يعني أن الواحد أكبر من الذي بجانبه الواقع إلى اليمين لا بـ ١٠ مرات ولكن بمرتين فقط . والواحد في نهاية العدد يعني ، كالمعتاد ، واحد عادي ، والواحد في المكان قبل الأخير يعني اثنين ، في المكان الثالث من النهاية — أربعة ، في الرابع — ثمانية ، في الخامس — ١٦ الخ . عند هذا الفهم يعني العدد ١٠١٠٠١٠ الذي يبين وضع الفتحاحات في الصف الأول يضم أحادا بسيطة :

$$٨٢ = ٢ + ١٦ + ٦٤$$

لأن الأصفار تدل على عدم وجود أحاد من هذا الرتبة .
والعدد ١٠٠٠ (الصف الثاني) يحل محله في النظام العشري العدد ٨ .

يلزم تغيير الأعداد الأخرى بالأعداد التالية :

$$١٦٢ = ٢ + ٣٢ + ١٢٨$$

$$١٦$$

$$٦٨ = ٤ + ٦٤$$

$$136 = 8 + 128$$

$$34 = 2 + 32$$

$$17 = 1 + 16$$

ان حفظ الاعداد ٨٢ ، ٨ ، ١٦٢ ، ١٦ ، ٦٨ ، ١٣٦ ، ٣٤ ، ١٧ ليست عملية صعبة جدا . وبمعرفة يمكن دائما الحصول على المجموعة الاولى للاعداد التي تحصل عليها منها والتي تبين مباشرة وضع الفتحات في الشبكة .

اما كيفية القيام بذلك فستبينه من مثال العدد الاول ٨٢ . سنقسمه على اثنين لكي نعرف كم عدد « الاثنين » فيه ، نحصل على ٤١ ولا يوجد باق - هذا يعني انه في المكان الاخير في خانة الآحاد البسيطة يجب ان يوجد صفر ، وعدد « الاثنين » الذي حصلنا عليه وهو ٤١ نقسمه على ٢ لكي نعرف كم « اربعات » في حالتنا هذه :

$$41 \div 2 = 20 \text{ والباقي } 1$$

هذا يعني ان في خانة الاثنين ، اى في المكان قبل النهائي يوجد الرقم ١ .

بعد ذلك نقسم ٢٠ على ٢ لكي نعرف كم عدد « الثمانيات » في هذا العدد :

$$20 \div 2 = 10$$

لا يوجد باق وهذا يعنى انه فى مكان الاربعات يوجد صفر . نقسم
١٠ على ٢ نحصل على ٥ بدون باق اى انه فى مكان الثمانيات
يوجد صفر .

وبقسمة ٥ على ٢ نحصل على ٢ ويكون الباقي ١ . ويكون فى
هذه الخانة الرقم ١ . وفى النهاية نقسم ٢ على ٢ ونعرف انه فى
الخانة التالية صفر اما فى الخانة النهائية ١ (هذه الخانة تقابل ٦٤) .
وهكذا تحددت جميع ارقام العدد المطلوب .

١٠١٠٠١٠

بما انه توجد هنا ٧ ارقام فقط وفى كل صف من الشبكة توجد ٨
مربعات فواضح ان صفر فى الامام قد فقد ويتحدد وضع الفتحات
فى الصف الاول بالاعداد :

٠١٠١٠٠١٠

اى ان الفتحات فى الاماكن : الثانى والرابع والسابع .
وبنفس الطريقة تحدد الفتحات فى الصفوف الاخرى .
توجد ، كما ذكرنا سابقا ، مجموعة نظم مختلفة للكتابة السرية .
ولقد تطرقنا الى الشبكة لانها تمس الرياضيات عن قرب وثبتت مرة
اخرى كم هى مختلفة نواحى الحياة التى يتناولها هذا العلم .

حكايات عن الاعداد العملاقة

٥٩ - صفقة رابحة . متى واين حدثت هذه القصة - غير معروف . وربما لم تحدث بتاتا ، والارجح ان يكون الامر كذلك . ولكن مهما يكن فهذه الرواية طريفة جدا ، وجديرة بالسماع .

(١)

عاد المليونير الغنى من غيبته مسرورا اكثر من المعتاد : لقد حدثت له فى الطريق مقابلة سعيدة ، اتت له بارباح كبيرة . وروى لاهل بيته قائلا : «ياله من حظ سعيد . ويبدو انه ليس عبثا ان يقول الناس ان النقود تدر نقودا . وها هى النقود تجرى الى نقودى . وبدون سابق انذار ! لقد قابلت فى الطريق رجلا لا اعرفه ، لا يبدو عليه انه ذو منزلة . ولم اكن لابدأ معه الحديث لو لا ان بدأه هو عندما احس اننى فى سعة من امرى . واقترح على فى نهاية الحديث صفقة رابحة ، للدرجة انها حبست على انفاسى . قال محدثى : لتفق على ما يلى - سأحضر لك مبلغ مائة الف روبل يوميا طيلة شهر كامل . ليس بدون مقابل ، طبعا ، ولكن الثمن تافه .

فى اول يوم ستدفع ، تبعا للاتفاق ، ومن المضحك قول ذلك ،
كوبيكا واحدا فقط .

لم اصدق سمعى ، فاعدت سؤاله :

— كوبيكا واحدا ؟

قال :

— كوبيكا واحدا ، وعن المائة الف الثانية ستدفع كوبيكين .

ولم اتمالك نفسى ، فقلت :

— حسنا ، وبعد ؟

— وبعد ، تتقاضى عن المائة الف الثالثة ٤ كوبيكات ، وعن

الرابعة ٨ كوبيكات ، وعن الخامسة ١٦ كوبيكا . وهكذا لمدة
شهر ، كل يوم ضعف اليوم الذى يسبقه .

فسألت :

— وبعد ذلك ؟

قال :

— لا شيء ، لن اطالبك بشيء آخر شرط ان تلتزم جيدا

بالاتفاق . فسأتى صباح كل يوم بالمائة الف روبل ، وانت
تدفع ما اتفقنا عليه . ولا تحاول ان تنهى العملية قبل انتهاء الشهر .

هل يصدق انه يعطينى مئات الآلاف من الروبلات مقابل
كوبيكات . واذا لم تكن النقود مزورة فان هذا الرجل ليس بكامل
عقله . ولكن العملية مربحة ولا يجب تركها .

قلت له :

- حسنا ، احضر النقود . اما نقودى فسادفعتها بكل دقة .
وانت لا تخادع احضر نقودا سليمة .
فقال :

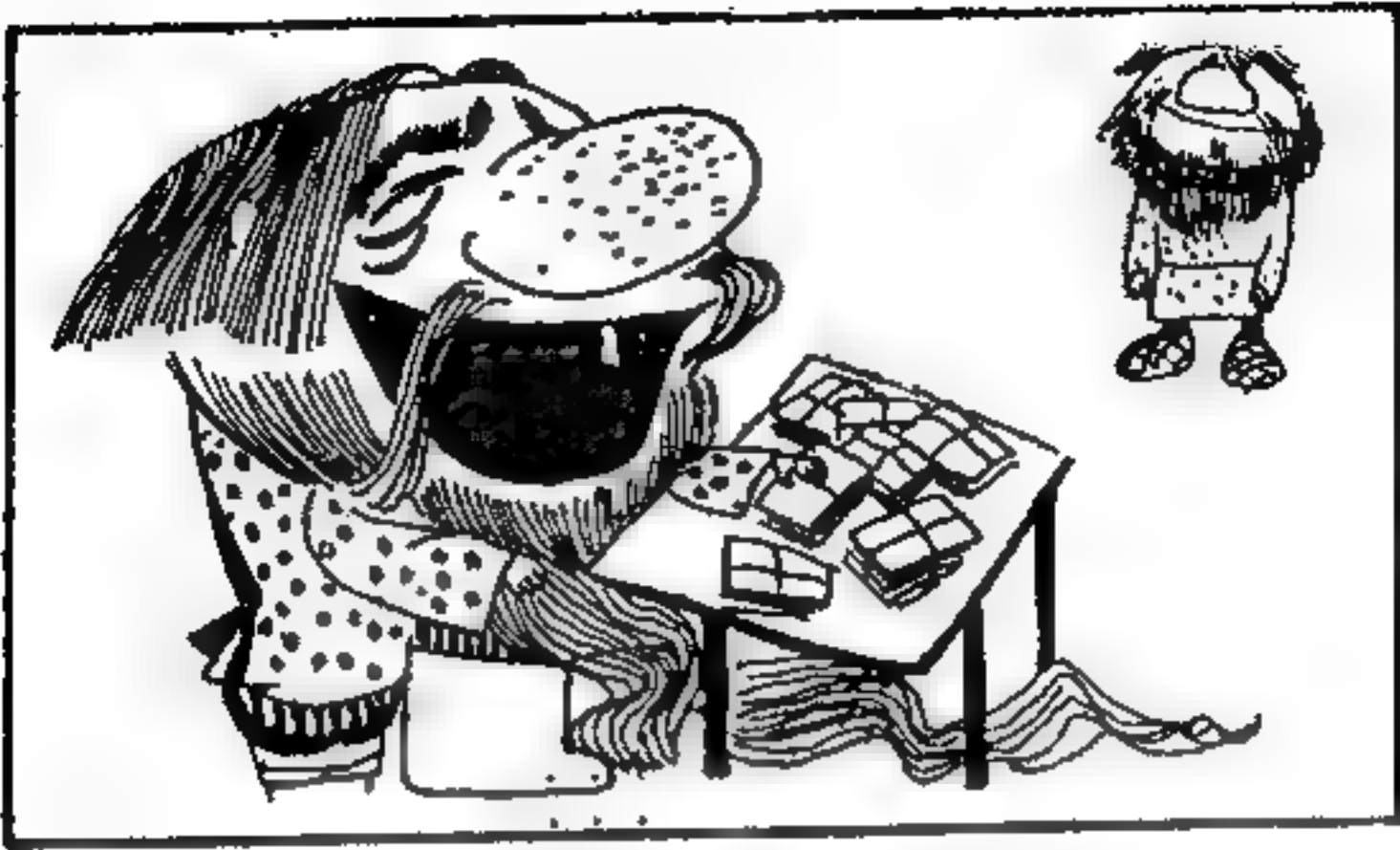
- فلتكن مطعمنا ، انتظرنى غدا صباحا .
لكتنى اخشى امرا واحدا : هل سيحضر ؟ فقد يدرك انه قد
ارتبط بعمل غير مربح بالمرة ، ولكن يوم غد لقريب .

(٢)

مضى يوم . وفي الصباح الباكر طرق شباك الرجل الغنى نفس
الشخص المجهول الذى قابله فى الطريق .
وقال :

- هيا النقود ، لقد احضرت نقودى .
وفعلا ، أخذ الرجل الغريب عندما دخل الغرفة ، يخرج النقود ،
كانت نقودا حقيقية ، غير مزورة . عد مائة الف روبل بالضبط ،
وقال :

- ها هي نقودى تبعا للاتفاق . ها قد جاء دورك فى الدفع .
وضع الغنى على المنضدة كوبيكا نحاسيا ، وانتظر بتحضر
هل سيأخذ الضيف القطعة النحاسية ام انه سيعيد التفكير ويطلب
بإعادة نقوده . نظر الضيف الى الكوبيك ووزنه فى يده واخفاه
فى حقيبته .



شكل ٥٠ . « مائة ألف سقطت من السماء ! »

قال :

— انتظرني غدا في نفس هذا الوقت . ولكن لا تنس احضار الكوبيكين ، ثم خرج .

لم يصدق الغنى ان حاله التوفيق : مائة الف سقطت من السماء !
عد النقود مرة اخرى ، وتأكد جيدا انها غير مزورة ، وكل شيء
على ما يرام ، وانحفي النقود بعيدا عن الاعين واخذ ينتظر وجبة
الغد . وفي الليل راودته الشكوك : الا يجوز ان يكون قاطع طريق
قد تظاهر بالبساطة لكي يعرف اين اخفي النقود ثم يهجم بعصاة
من اللصوص ؟

اغلق الغنى الابواب جيدا ، وبحلول المساء صار يتطاع من
النافذة ويدقق السمع ولم يستطع ان يغفو لفترة طويلة . وفى الصباح
طرق الرجل المجهول النافذة مرة اخرى واحضر النقود . عد مائة الف
واخذ كوبيكيه الاثنين واخفاهما فى حقيته وخرج . وقال عند الوداع :
— هيا اربعة كوبيكات ليوم غد .

ومرة اخرى فرح الغنى فقد حصل على المائة الف الثانية بلا
مقابل . الضيف لا يشبه اللص ، لا يتلصص حواليه ، ولا يطيل
النظر ، ولكنه يطلب كوبيكاته فقط . ياله من رجل غريب الاطوار
اذا زاد عدد امثاله على الارض لعاش الناس الاذكاء فى سعة ...
وحضر الرجل المجهول فى اليوم الثالث ، وانتقلت المائة الف
الثالثة الى الرجل الغنى مقابل ٤ كوبيكات .
ومر يوم آخر ، واحضر الرجل وبنفس الطريقة المائة الف
الرابعة مقابل ٨ كوبيكات .

وجاء بالمائة الف الخامسة مقابل ١٦ كوبيكا . ثم السادسة
مقابل ٣٢ كوبيكا .

بعد مضى سبعة ايام من بداية الصفقة ، استلم الغنى سبعمائة
الف روبل ، ودفع مبلغا تافها ، هو محسوبا بالكوبيكات :
 $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 =$ روبل واحد و ٢٧ كوبيكا
لقد اعجب ذلك المليونير البخيل ، واخذ يندم على انه اتفق
على ان يفعل ذلك لمدة شهر واحد . فلن يستطيع ان يأخذ اكثر

من ثلاثة ملايين . هل يمكن ان اجعل هذا الغريب يطيل المدة
ولو لفترة نصف شهر آخر ؟ اخشى ان يفهم انه يعطى النقود بلا
مقابل ...

وكان الرجل المجهول يحضر كل صباح بانتظام حاملا المائة
الف روبل . وفي اليوم الثامن اخذ روبلا و ٢٨ كوبيكا وفي اليوم
التاسع روبلين و ٥٦ كوبيكا وفي اليوم العاشر ٥ روبلات و ١٢
كوبيكا ، وفي اليوم الحادى عشر ١٠ روبلات و ٢٤ كوبيكا
وفي اليوم الثانى عشر ٢٠ روبلا و ٤٨ كوبيكا وفي اليوم الثالث
عشر ٤٠ روبلا و ٩٦ كوبيكا وفي اليوم الرابع عشر ٨١ روبلا
و ٩٢ كوبيكا .

كان الغنى يدفع هذه النقود بكل سرور اذ انه قد حصل على
مليون و ٤٠٠ ألف روبل واعطى الرجل المجهول ما يقرب من
مائة وخمسين روبلا فقط .

ولكن لم تستمر فرحة الغنى لمدة طويلة ، فسرعان ما اصبح
يفكر ، ان الضيف الغريب لم يكن بالمغفل وان الصفقة معه ليست
مربحة بقدر ما تراءى له فى البداية . وبعد مضى ١٥ يوما وجب
عليه ان يدفع ثمنا للمائة الف الجديدة ليس كوبيكات معدودات
ولكن مئات الروبلات وزاد الدفع بشكل مخيف . وفعلا فقد دفع
الغنى فى النصف الثانى من الشهر :

عن المائة الف ال ١٥	١٦٣ روبلا و ٨٤ كوبيكا
عن المائة الف ال ١٦	٣٢٧ روبلا و ٦٨ كوبيكا
عن المائة الف ال ١٧	٦٥٥ روبلا و ٣٦ كوبيكا
عن المائة الف ال ١٨	١٣١٠ روبلات و ٧٢ كوبيكا
عن المائة الف ال ١٩	٢٦٢١ روبلا و ٤٤ كوبيكا

غير ان الغنى اعتبر انه لا يزال بعيدا عن الخسارة ، على الرغم من انه دفع ما يقرب من خمسة آلاف الا انه استلم ١٨٠٠٠٠٠ روبل .

ولكن المكسب صار يتضاءل يوما بعد يوم بسرعة اكثر فاكثر .
ها هي المدفوعات التالية :

عن المائة الف ال ٢٠	٥٢٤٢ روبلا و ٨٨ كوبيكا
عن المائة الف ال ٢١	١٠٤٨٥ روبلا و ٧٦ كوبيكا
عن المائة الف ال ٢٢	٢٠٩٧١ روبلا و ٥٢ كوبيكا
عن المائة الف ال ٢٣	٤١٩٤٣ روبلا و ٤ كوبيكات
عن المائة الف ال ٢٤	٨٣٨٨٦ روبلا و ٨ كوبيكات
عن المائة الف ال ٢٥	١٦٧٧٧٢ روبلا و ١٦ كوبيكا
عن المائة الف ال ٢٦	٣٣٥٥٤٤ روبلا و ٣٢ كوبيكا
عن المائة الف ال ٢٧	٦٧١٠٨٨ روبلا و ٦٤ كوبيكا

ووجب عليه ان يدفع اكثر مما استلم . وكان من الافضل لو توقف ولكن لا يمكن الاخلال بالتعاقد .

بعد ذلك زادت الاحوال سوءا . وتأكد المليونير ولكن بعد فوات الاوان ان هذا الرجل المجهول قد خدعه بقسوة ، وانه سيأخذ منه نقودا اكثر بكثير مما سيدفع ..

مع بداية اليوم الثامن والعشرين وجب على الغنى ان يدفع بالملايين . اما اليومان الاخيران فقد اقلساه تماما . ونورد ادناه المدفوعات الضخمة :

عن المائة الف ال ٢٨	١٣٤٢١٧٧ روبلا و ٢٨ كوبيكا
عن المائة الف ال ٢٩	٢٦٨٤٣٥٤ روبلا و ٥٦ كوبيكا
عن المائة الف ال ٣٠	٥٣٦٨٧٠٩ روبلا و ١٢ كوبيكا

عندما غادره الضيف آخر مرة اخذ المليونير بحسب كم كلفته تلك الثلاثة ملايين روبل التي بدت رخيصة لاول وهلة . فأتضح انه دفع لهذا المجهول :

١٠ ٧٣٧ ٤١٨ روبلا و ٢٣ كوبيكا

اي ١١ مليونا تقريبا . وقد بدأت الحكاية من كوبيك واحد . كان الشخص المجهول يستطيع ان يقدم مبلغ ثلاثمائة ألف دون ان يخسر .

(٢)

قبل ان ننهي هذه الرواية ساين باي طريقة يمكن التعجيل بعملية حساب خسارة المليونير . بتعبير آخر كيف يمكن باسرع وقت اجراء عملية الجمع لمتسلسلة من الاعداد :

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + \dots \text{ الخ}$$

من السهل ملاحظة الخاصية التالية لهذه الاعداد .

$$1 = 1$$

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + (2 + 1) = 4$$

$$1 + (4 + 2 + 1) = 8$$

$$1 + (8 + 4 + 2 + 1) = 16$$

$$1 + (16 + 8 + 4 + 2 + 1) = 32 \dots \text{ الخ}$$

نحن نرى ان كل عدد من هذه المتسلسلة يساوي كل الاعداد التي تسبقه مأخوذة معا مع اضافة واحد صحيح . ولذلك فعندما يلزم جمع كل اعداد مثل هذه المتسلسلة مثلا من ١ حتى ٣٢٧٦٨ فاننا نجمع فقط الى العدد الاخير (٣٢٧٦٨) مجموع كل الاعداد السابقة ، وبتعبير آخر نضيف نفس العدد الاخير مع طرح واحد صحيح منه (٣٢٧٦٨ - ١) فنحصل على ٦٥٥٣٥ .

بهذه الطريقة يمكن ان نحسب خسارة المليونير البخيل بسرعة كبيرة عندما نعرف المبلغ الذى دفعه فى آخر مرة . علما بان آخر دفعة كانت ٥٣٦٨٧٠٩ روبلات و ١٢ كوبيكا .

ولذلك فبجمع ٥٣٦٨٧٠٩ روبلات و ١٢ كوبيكا مع ٥٣٦٨٧٠٩ روبلات و ١١ كوبيكا نحصل فى الحال على النتيجة المطلوبة :

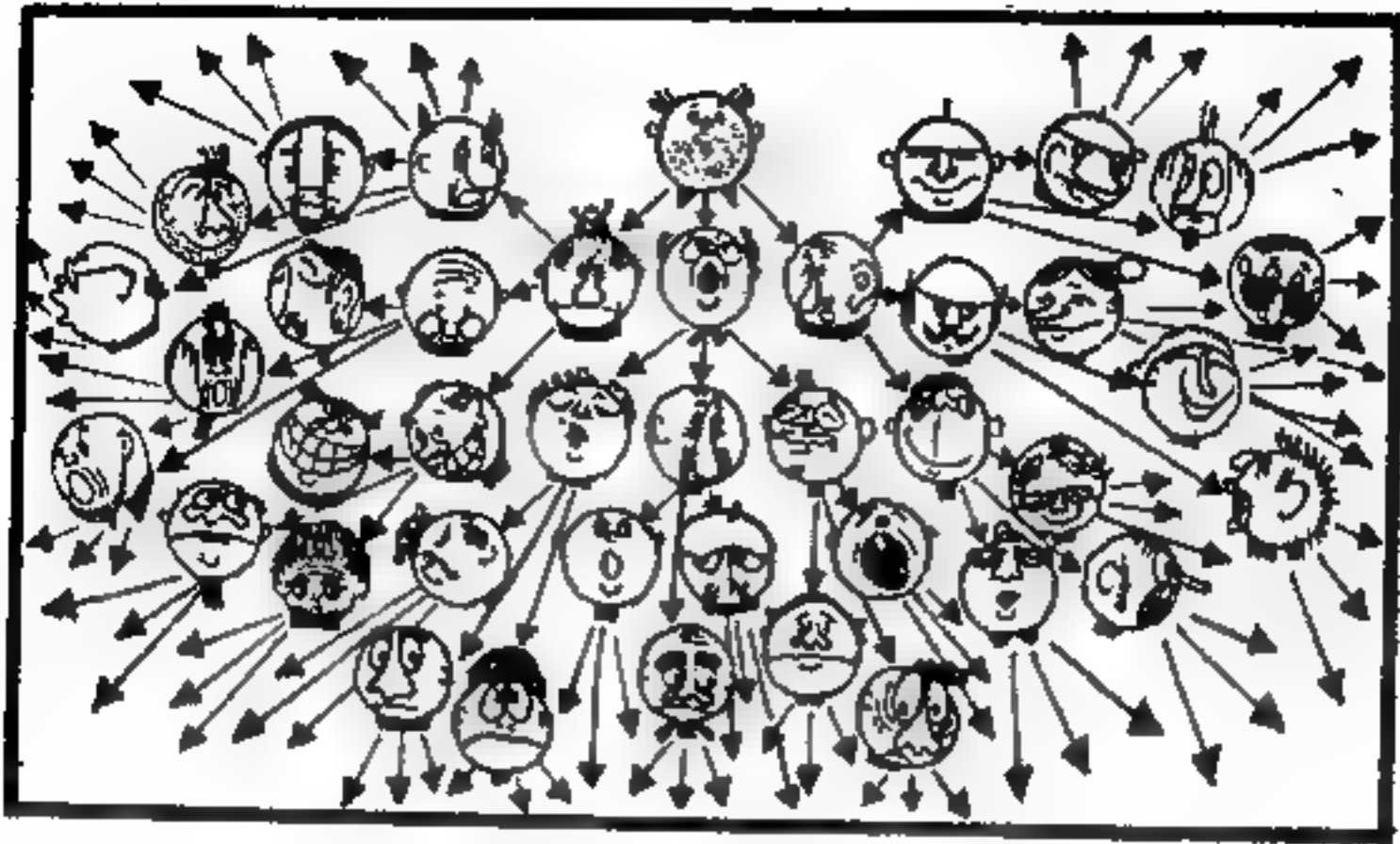
٤١٨ ٧٣٧ ١٠ روبلا و ٢٣ كوبيكا

٦٠ - الاشاعات فى المدينة . ما اعجب السرعة التى تنتشر بها الاشاعات فى المدينة . ويحدث احيانا انه لا تمر ساعتان على وقت حدوث حدث ما رآه عدد بسيط من الناس فقط ، بينما يكون الخبر قد اجتاح كل المدينة ، والكل يعرفون عنه . والكل قد سمعوا به . وتبدو هذه السرعة غير العادية كأنها امر مدهش ، ويبعث على الحيرة تماما .

ولكن اذا نظرنا للعملية من وجهة النظر الحسابية لاصبح من الواضح انه لا يوجد هنا اى شىء مدهش : كل شىء يفسر بخصائص الاعداد ، وليس بالخصائص الغامضة للاشاعات ذاتها . ولنبحث الحادث التالى على سبيل المثال . .

(١)

وصل فى الساعة ٨ صباحا الى مدينة صغيرة تقطنها ٥٠ الف نسمة احد ابناء العاصمة ، وجاء بخبر جديد يهم الكل .



شكل ٥١ . طريق انتشار الاشاعة

فروى الخبر فى البيت الذى توقف القادم فيه لثلاثة افراد من السكان المحليين فقط . واخذ هذا من الوقت ربع ساعة مثلا . وهكذا علم بالخبر فى الساعة $٨\frac{1}{4}$ صباحا اربعة فقط هم : القادم وثلاثة من سكان المدينة .

وبعد ان علم الثلاثة بالخبر اسرع كل منهم الى ابلاغه لثلاثة آخرين . وقد تطلب ذلك ربع ساعة ايضا . اى انه بعد نصف ساعة من وصول الخبر الى المدينة عرفه $٤ + (٣ \times ٣) = ١٣$ شخصا .

وقام كل من الـ ٩ اشخاص من الذين عرفوا الخبر بابلاغه فى

الربع ساعة التالية الى ٣ اشخاص آخرين ، بحيث انه اصبح معروفا بحلول الساعة $8\frac{3}{4}$ صباحا .

$$13 + (9 \times 3) = 40 \text{ شخصا}$$

فاذا ما انتشرت الاشاعة بالمدينة بعد ذلك بنفس هذه الطريقة ، اى ان كل من عرف الخبر استطاع فى الربع ساعة التالية ان يرويها الى ثلاثة من مواطنيه ، فان اطلاق المدينة على الخبر سيتم بالجدول التالى :

فى الساعة ٩ سيعرف الخبر $40 + (27 \times 3) = 121$ شخصا

فى الساعة $9\frac{1}{4}$ سيعرف الخبر $121 + (81 \times 3) = 364$ شخصا

فى الساعة $9\frac{1}{2}$ سيعرف الخبر $364 + (243 \times 3) = 1093$ شخصا

بعد مضى ساعة ونصف بعد ظهور الخبر فى المدينة لاول مرة سيعرفه ، كما نرى ، ١١٠٠ شخص فقط . وقد يبدو ذلك كما لو كان قليلا بالنسبة للسكان البالغ عددهم ٥٠.٠٠٠ شخص . ويجوز الاعتقاد ان الخبر لن يعرف بسرعة من قبل سكان المدينة جميعا . فلتتبع على اى حال انتشار الخبر فى الساعات التالية :

فى الساعة $9\frac{3}{4}$ سيعرف الخبر $1093 + (729 \times 3) = 3280$ شخصا

فى الساعة ١٠ سيعرف الخبر $3280 + (2187 \times 3) = 9841$ شخصا

وبعد مرور ربع ساعة سيعرف الخبر اكثر من نصف سكان المدينة :

$$29524 - (6561 \times 3) + 9841$$

وهذا يعنى انه قبل الساعة العاشرة والنصف صباحا سيعرف كل سكان المدينة الخبير الذى كان يعرفه فى الساعة ٨ صباحا شخص واحد فقط .

(٢)

لنتتبع الآن كيف تم الحساب السابق .
لقد ادى فى جوهر الامر الى اننا جمعنا متسلسلة اعداد كالاتية :
 $1 + 3 + (3 \times 3) + (3 \times 3 \times 3) + (3 \times 3 \times 3 \times 3) + \dots$ الخ
ولكن ، الا يمكن ان نعرف هذا المجموع بطريقة اقصر كما فعلنا سابقا مع مجموع اعداد المتسلسلة $1 + 2 + 4 + 8 + \dots$ الخ ؟
هذا ممكن اذا اخذنا فى الاعتبار الخاصية الآتية للاعداد التى نريد جمعها :

$$1 = 1$$

$$1 + 2 \times 1 = 3$$

$$1 + 2 \times (3 + 1) = 9$$

$$1 + 2 \times (9 + 3 + 1) = 27$$

$$1 + 2 \times (27 + 9 + 3 + 1) = 81 \dots \text{ الخ}$$

بتعبير آخر : ان كل عدد من هذه المتسلسلة يساوى ضعف مجموع كل الاعداد السابقة زائد واحد صحيح .

من هنا يتبع انه اذا وجب ايجاد مجموع كل اعداد المتسلسلة من الواحد حتى اى عدد فانه يكفى ان نضيف الى العدد النهائى نصفه (ويجب ان نحذف مسبقا من العدد الاخير الواحد الصحيح) .
فمثلا مجموع الاعداد :

$$1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729$$

$$\text{يساوى } 729 + \text{نصف } 728 ، \text{ اى } 729 + 364 = 1093$$

(٣)
فى المثال السابق قام كل شخص فى المدينة عرف الخبر بنقله الى ثلاثة اشخاص فقط . ولكن اذا كان سكان المدينة ميايين الى المحادثة اكثر واخبر كل مواطن الخبر لا لثلاثة اشخاص ولكن ، مثلا ، ٥ او حتى ١٠ اشخاص آخريين لانتشر الخبر باسرع من ذلك بكثير .

مثلا عند نقل الخبر الى خمسة اشخاص تكون صورة اطلاع المدينة عليه كالآتى :

فى الساعة ٨	= شخص واحد
فى الساعة $8\frac{1}{4}$	= ٥ + ١ اشخاص
فى الساعة $8\frac{1}{2}$	= ٣١ شخص
فى الساعة $8\frac{3}{4}$	= ١٥٦ شخص

في الساعة ٩	$١٥٦ + (٥ \times ١٢٥) =$	٧٨١ شخصا
في الساعة $٩\frac{1}{4}$	$٧٨١ + (٥ \times ٦٢٥) =$	٣٩٠٦ اشخاص
في الساعة $٩\frac{1}{2}$	$٣٩٠٦ + (٥ \times ٣١٢٥) =$	١٩٥٣١ شخصا

وبذلك سيكون الخبر معروفا لكل ال ٥٠ الف شخص من سكان المدينة قبل الساعة $٩\frac{3}{4}$ صباحا .

وتنتشر الاشاعة اسرع اذا ما نقل الخبر كل فرد سمعه الى ١٠ اشخاص آخرين . عندئذ نحصل على متسلسلة طريفة وسريعة التصاعد للاعداد :

في الساعة ٨	$١ =$
في الساعة $٨\frac{1}{4}$	$١٠ + ١ =$
في الساعة $٨\frac{1}{2}$	$١٠٠ + ١١ =$
في الساعة $٨\frac{3}{4}$	$١٠٠٠ + ١١١ =$
في الساعة ٩	$١٠٠٠٠ + ١١١١ =$

ان العدد التالي في هذه المتوالية واضح وهو ١١١١١١ . وهذا يدل على ان كل المدينة ستعرف الخبر في بداية الساعة العاشرة صباحا . اى ان الاشاعة ستتشر تقريبا بخلال ساعة .

٦١ - سيل من الدراجات الرخيصة . في سنى ما قبل الثورة كان في الاتحاد السوفيتى ، ومن المحتمل انه يوجد في البلدان

الآخري حتى الآن ، تجار يستعملون طريقة خاصة لبيع مبيعاتهم .
والتي تكون عادة من نوع سيء . وكانوا يعمدون اول الامر الى نشر
اعلانات في الجرائد والمجلات الواسعة الانتشار ذات المحتوى
التالى

دراجة مقابل ١٠ روبلات !
كل فرد يمكنه ان يحصل على دراجة
مقابل ١٠ روبلات فقط .
انتهبوا الفرصة النادرة .
١٠ روبلات بدلا من ٥٠ روبلا .
ترسل شروط الشراء بدون مقابل

وكان كثير من الناس ينجذبون للاعلان المغري ، بالطبع ،
ويطلبون ارسال شروط الشراء العجيب . وردا على الطلب كان يصلهم
برنامج مفصل يعرفون منه الآتى .

تستلم مقابل ال ١٠ روبلات لا الدراجة نفسها ولكن ؛ تذاكر
يلزم بيعها بسعر ١٠ روبلات للتذكرة الى اربعة من المعارف .
وبذلك فان الاربعين روبلا التي يحصل عليها بهذه الطريقة يجب
ان ترسل للشركة ، وعندئذ فقط تصل الدراجة . وهذا يعنى ان المشتري
يدفع فى الواقع ١٠ روبلات اما الاربعين روبلا الباقية فلا يدفعها
من جيبه الخاص . حقا انه بالاضافة لدفع ال ١٠ روبلات تقدا ،

كان يجب على المشتري ان يشغل نفسه ببيع التذاكر للمعارف ، ولكن هذا العمل الصغير لم يدخل فى الحساب .

اذن ماذا كانت هذه التذاكر ؟ وما هى الميزات التى حصل عليها مشتري التذاكر مقابل ال ١٠ روبلات ؟ لقد حصل على حق ان يغير التذكرة الواحدة بخمس منها لدى الشركة ، وبكلمات اخرى لقد حصل على امكانية جمع ٥٠ روبلا لشراء الدراجة التى ساوت بالنسبة له فقط ١٠ روبلات ، اى ثمن التذكرة . اما اصحاب التذاكر الجدد فقد حصلوا من الشركة ايضا على ٥ تذاكر لتوزيعها . الخ .

من النظرة الاولى لم يبدو ان فى الامر اية خدعة . فقد نفذ ما وعد به الاعلان : اذ دفع المشترون عشرة روبلات فعلا ثمنا للدراجة . ولم تخسر الشركة ، فقد استلمت الثمن الكامل لسلعتها . ولكن اللعبة كلها عبارة عن احتيال لا ريب فيه . ان « السيل » وهو اسم هذه الخدعة عندنا او « الكرة الثلجية » كما سماها الفرنسيون ، كان يسلب نقود المشاركين الكثيرين فى اللعبة الذين لم يستطيعوا بيع تذاكرهم التى اشتروها . لقد كانوا يدفعون للشركة الفرق ما بين ال ٥٠ روبلا ثمنا للدراجة وال ١٠ روبلات الثمن المدفوع للدراجة . وعاجلا او آجلا كان لابد وان تحل اللحظة التى يعجز فيها اصحاب التذاكر عن ايجاد الراغبين فى اقتنائها . كان هذا لابد وان يحدث ، وستفهم ذلك ، لو انك اجهدت نفسك

فى ان تتبع بواسطة القلم كيف يزداد بسرعة عدد الناس المنجرفين الى السيل .

ان اول مجموعة من المشتركين التى حصلت على تذاكرها من الشركة تجد المشترين عادة بدون جهد كبير ، فكل واحد من هؤلاء يعطى تذكار لاربعة مشتركين جدد .

اما هؤلاء الاربعة فلا بد وان يبيعوا تذاكرهم 4×5 اى ٢٠ ل شخص آخر ، باقناعهم بفائدة شراء هذه التذاكر . فلنفرض انه تسنى لهم ذلك ، وكسبوا ٢٠ مشترى .

يواصل السيل تقدمه : ويجب على ال ٢٠ مشترى الجدد الحاصلين على التذاكر ان يوزعوا تذاكرهم على $20 \times 5 = 100$ شخص آخرين .

وحتى الآن فان كل واحد ممن ابتدا السيل قد جر الى اللعبة

$$1 + 4 + 20 + 100 = 125 \text{ شخصا}$$

حصل ٢٥ شخصا منهم على دراجات ، اما ال ١٠٠ فيحدوهم الامل فى الحصول عليها شرط ان يدفعوا مقابل هذا الامل ١٠ روبلات . والآن يخرج السيل من المحيط الضيق للمعارف ويبدأ جريانه فى كل المدينة حيث تزداد الصعوبة فى ايجاد مادة جديدة . ويجب على المائة شخص الاخيرين الحائزين على التذاكر ان يبيعوها ل ٥٠٠ شخص من المواطنين ، وينبغى على هؤلاء ان يجدوا

٢٥٠٠ ضحية جديدة . وتمتلئ المدينة بسرعة بفيضان التذاكر ،
وتصبح عملية ايجاد راغبين بشراء التذاكر عملية صعبة جدا .
يرى القارئ ان عدد الناس الذين انجروا الى السيل يتنامى
بنفس القانون الذى تحدثنا عنه عندما تكلمنا عن انتشار الاشاعات .
وما هو الهرم العددى الذى يتكون فى هذه الحالة :

١
٤
٢٠
١٠٠
٥٠٠
٢٥٠٠
١٢٥٠٠
٦٢٥٠٠

اذا كانت المدينة كبيرة وبلغ عدد كافة السكان القادرين على
قيادة الدراجة ٦٢٥٠٠ شخص فانه فى اللحظة قيد البحث اى فى
الدورة الثامنة لابد وان ينتهى السيل . وبذلك يكون الجميع قد
انجرفوا الى السيل . بينما لم يحصل على دراجات سوى خمس عدد
السكان اما ال $\frac{2}{3}$ الآخرون فيمتلكون تذاكر .
اما بالنسبة لمدينة اكبر من حيث عدد السكان ، حتى بالنسبة

للعاصمة تضم ملايين السكان ، فان لحظة التشيع تحدث بعد
مضى عدة دورات فقط ، لان الاعداد فى السيل تزداد بسرعة
غير معقولة . ونورد ادناه طوابق الهرم العدى الذى بيناه :

٣١٢٥٠٠

١٥٦٢٥٠٠

٧٨١٢٥٠٠

٣٩٠٦٢٥٠٠

فى الدورة الثانية عشرة يمكن ان يجرف السيل سكان دولة
كاملة . وسيخدع القائمون به $\frac{1}{4}$ السكان .
ولكن ما الذى تحصل عليه الشركة من اجراء هذا السيل . انها
تجبر $\frac{1}{4}$ السكان على ان يدفعوا ثمن السلعة التى يحصل عليها
 $\frac{1}{4}$ السكان الباقين . وبتعبير آخر انها تجبر كل اربعة مواطنين
على ان يساعدوا الخامس . بالاضافة الى ذلك تحصل الشركة بدون
مقابل تماما على عدد كبير من موزعى سلعتها الدوويين . لقد
وصف احد الكتاب هذه العملية بحق بانها « سيل من النصب
المتبادل » : ان العملاق العدى الذى يخفى وراء هذه العملية
يعاقب هؤلاء الذين لا يستطيعون استخدام الحساب لحماية مصالحهم
الشخصية من تطاول المحتالين .

٦٢ - مكافأة . اليكم ما حدث منذ عدة قرون مضت في
روما القديمة * .

(١)

قام القائد تيرينسى ، تنفيذاً لأمر الامبراطور ، بحملة مظفرة
وعاد الى روما محملاً بالغنائم . وعندما وصل الى روما طلب مقابلة
الامبراطور . فقابلته الامبراطور ببشاشة ، وشكره بحرارة على خدماته
العسكرية للامبراطورية ووعدته بمكافأة هي ان يمنحه منزلة رفيعة
في مجلس الشيوخ .

ولكن تيرينسى لم يكن يريد ذلك . فعارضه قائلاً :

- لقد حققت كثيراً من الانتصارات ، لكى ازيد من جبروتك ،
يا مولاي ، ولكى احيط اسمك بهالة المجد . ولم اهاب الموت ، ولو
كانت لدى لا حياة واحدة ولكن عدة حيوات لضحيث بها من
اجلك . ولكنى قد تعبت من القتال ، وولى الشباب واصبح الدم
يسيل فى عروقى بصورة ابطأ . لقد حان الحين لكى استريح فى
بيت اجدادى ولكى استمتع بمسرات الحياة المنزلية .

فسأل الامبراطور :

- وماذا تطلب منى يا تيرينسى ؟

* القصة مأخوذة من مخطوطة لاتينية قديمة موجودة فى احد خزائن الكتب
الخاصة فى إنجلترا .

— اسمعنى متسامحا ، يا مولاي ! فخلال سنوات حياتى الطويلة فى الحرب ، كنت الطبخ سيفى بالدم من يوم لآخر ، ولم تسنح لى الفرصة لكى أدبر لنفسى بعض المال . اننى فقير يامولاي ..
— اكمل يا تيرينسى الشجاع .
واستطرد القائد يقول متشجعا :

— لو انك تريد ان تكافىء خادمتك المتواضع ، فليساعدنى كرمك على ان اعيش بقية حياتى فى سلام وفى بسطة من العيش فى ثنايا العش المنزلى . اننى لا ابحث عن مراسيم التكريم ولا المكانة الرفيعة فى مجلس الشيوخ الجبار . اننى اتمنى الابتعاد عن السلطة وعن الحياة العامة لكى استريح فى هدوء . مولاي ، اعطنى مالا لكى اضمن بقية حياتى .

وتقول الاسطورة ان الامبراطور لم يكن معروفا بكرمه الواسع وكان يحب ان يدخر الاموال لنفسه ، وما كان ينفقها على الآخرين بسخاء . ولقد اضطره طلب القائد على ان يفكر .
فسال القائد :

— اى مبلغ يا تيرينسى تعتبره انت كافيا لك ؟

— مليون دينار ، يا مولاي .

ومرة اخرى استغرق الامبراطور فى التفكير . بينما اطرق القائد رأسه انتظارا . واخيرا تكلم الامبراطور فقال :

— ايها المغوار تيرينسى ! انت محارب عظيم ، وانتصاراتك

العظيمة اهلك لمكافأة سخية . سامنحك الثروة . غدا في منتصف
النهار ستسمع هنا قرارى .
فسجد تيرينسى وخرج .

(٢)

فى اليوم التالى ، وفى الموعد المحدد جاء القائد الى قصر
الامبراطور .

فقال الامبراطور :

— سلام عليك يا تيرينسى الشجاع !

وانخفض تيرينسى رأسه بخشوع :

— لقد اتيت يا مولاي لكى اسمع قرارك . لقد وعدت عطفا

منك ان تكافئنى .

اجاب الامبراطور :

— لا اريد ان ياخذ محارب عظيم مثلك مكافأة زهيدة مقابل

اعماله العظيمة . فلتسمعنى حتى النهاية . توجد فى خزينتى ٥

ملايين براسا* نحاسيا . والآن اسمع ما اقوله بانتباه . ستدخل الى

الخزينة وتأخذ قطعة واحدة فى يدك وتعود الى هنا وتضعها عند قدمى .

وفى اليوم التالى ستذهب مرة اخرى الى الخزينة وتأخذ قطعة نقود

تساوى براسين اثنين وتضعها هنا بجانب الاولى . وفى اليوم الثالث

* قطعة نقود صغيرة تساوى $\frac{1}{10}$ الدينار .

ستحضر قطعة نقود تساوى ٤ براسات وفى الرابع - قطعة تساوى ٨ براسات فى الخامس - ١٦ براسا وهكذا فى كل مرة تضاعف ثمن قطعة النقود . وسأمر كل يوم بان تصنع لك قطع من النقود بالثمن المناسب . وستخرج من خزيتى القطع النقدية ما دامت لديك من القوة فى ان ترفعها . ولا يملك احد الحق فى ان يساعدك . اذ يجب ان تستعمل قوتك الذاتية فقط . وعندما ستلاحظ انك لا تستطيع ان ترفع القطعة النقدية اكثر توقف ، فاتفقنا سينتهى ، ولكن كل القطع التى تمكنت من اخراجها ستكون لك ، وستكون هى مكافأتك .

استمع تيرينسى الى كل كلمة قالها الامبراطور .
وترأى له العدد الهائل من القطع النقدية ، وكل واحدة اكبر من الاخرى ، والتى سيخرجها من خزينة الدولة .
فاجاب بابتسامة ابتهاج :

- انا راض بعطقتك يا مولاي ، ان مكافأتك سخية حقا !
(٣)

آبثدت زيارات تيرينسى اليومية لـخزينة الدولة . وكانت الخزينة قرية من قاعة الاستقبال للامبراطور ، ولم يبذل القائد جهدا يذكر فى اول انتقالاته مع القطع النقدية . فاخرج من الخزينة فى اليوم الاول براسا واحدا فقط . وهى قطعة نقدية ليست بالكبيرة يبلغ قطرها ٢١ مم ووزنها ٥ جم .

وكان سهلا ايضا الانتقال الثانى والثالث والرابع والخامس والسادس
 عندما اخرج القائد قطعا نقدية ثنائية الوزن ورباعية الوزن ، و ٨
 اضعاف الوزن و ١٦ ضعف الوزن و ٣٢ ضعف الوزن .
 وكانت القطعة النقدية السابعة تزن بقيم موازيتها الحديثة ٣٢٠
 جم ويبلغ قطرها $8\frac{1}{4}$ سم (وبحساب ادق ٨٤ مم) * .
 فى اليوم الثامن اضطر تيرينسى ان يحمل من الخزينة قطعة
 نقدية تقابل ١٢٨ وحدة من وحدات القطع النقدية . وكان وزنها
 يساوى ٦٤٠ جم وقطرها $10\frac{1}{4}$ سم تقريبا .
 وفى اليوم التاسع احضر تيرينسى الى القاعة الامبراطورية قطعة
 نقدية تقابل ٢٥٦ وحدة من وحدات القطع النقدية . وكان قطرها
 يساوى ١٣ سم وتزن اكثر من $1\frac{1}{4}$ كجم .
 وفى اليوم الثانى عشر بلغ قطر القطعة النقدية ٢٧ سم ووزنها
 $10\frac{1}{4}$ كجم .
 وكان الامبراطور حتى الآن ينظر باعجاب الى القائد ، ولم
 يخف الآن ابتهاجه . لقد رأى ان القائد قام بـ ١٢ انتقاله واخرج
 من الخزينة ٢٠٠٠ ونيف من القطع النقدية فقط .

* لو ان القطعة النقدية كانت اكبر من العادية بـ ٦٤ مرة لكانت اوسع واسمك
 منها بـ ٤ مرات فقط و لذلك فان $4 \times 4 \times 4 = 64$. يجب اخذ هذا فى الاعتبار
 فى المستقبل عند حساب مقاييس القطع النقدية التى يجرى الحديث عنها فى القصة .

فى اليوم الثالث عشر حمل تيرينسى الشجاع قطعة نقدية
تعادل ٤٠٩٦ وحدة وبلغ قطرها ٣٤ سم تقريبا ووزنها $٢٠\frac{1}{4}$ كجم .
وفى اليوم الرابع عشر اخرج تيرينسى من الخزينة قطعة نقدية
وزنها ٤١ كجم وقطرها حوالى ٤٢ سم .
سأله الامبراطور وهو يغالب الابتسام :
— ألم تتعب يا شجاعى تيرينسى ؟
اجاب القائد وهو يمسح العرق عن جبهته :
— لا يامولاى .

وجاء اليوم الخامس عشر . وكان حمل تيرينسى فى هذا اليوم
ثقيلًا . وتقدم ببطء الى الامبراطور حاملا القطعة النقدية التى تعادل
١٦٣٨٤ وحدة نقدية . وبلغ قطرها ٥٣ سم ووزنها ٨٠ كجم ،
وهو وزن محارب ضخم .

وفى اليوم السادس عشر صار القائد يتارجح تحت وطأة الحمل
الذى كان على ظهره . وكان ذلك الحمل قطعة نقدية تعادل ٣٢٧٦٨
وحدة نقدية ووزنها ١٦٤ كجم ووصل قطرها الى ٦٧ سم .
كان القائد خائر القوى ويتنفس بصعوبة . وابتسم
الامبراطور ..

عندما ظهر تيرينسى فى قاعة الاستقبال للامبراطور فى اليوم
التالى قوبل بضحك عال . لم يعد تيرينسى يستطيع ان يحمل حملة
بيديه بل كان يدحرجه امامه . وكان قطر القطعة النقدية ٨٤ سم



شكل ٥٢ . القطعة النقدية السابعة عشرة

ووزنها ٣٢٨ كجم . وكان وزنها يعادل وزن ٦٥٥٣٦ من وحدات القطع النقدية .

كان اليوم الثامن عشر آخر يوم لشراء تيرينسى . وفي هذا اليوم انتهت زيارته للخزينة ومسيرته مع الحمولات الى قاعة الاستقبال للامبراطور . فقد وجب عليه في هذه المرة ان يجلب قطعة نقدية تعادل ١٣١٠٧٢ من الوحدات النقدية يزيد قطرها على المتر ووزنها ٦٥٥ كجم . واستخدم القائد رمحه كرافعة وبالكاد دحرجها الى القاعة وبذل في ذلك جهدا عظيما . فوقعت القطعة النقدية العملاقة عند اقدام الامبراطور محدثة هديرا . وكان تيرينسى مجهدا تماما .

وهمس قائلا :

— لا أستطيع أكثر ... يكفي .

وكنتم الامبراطور بصعوبة ضحكة الارتياح لمرأى حيلته وقد
تكللت بالنجاح التام . وامر بان يحسب الخازن كم اخرج تيرينسى
من البراسات الى قاعة الاستقبال .

قام الخازن بتنفيذ الامر وقال :

— ايها الحاكم نظرا لكرمك فان المقاتل الظافر تيرينسى اخذ
كمكافأة ٢٦٢١٤٣ براسا .

وهكذا اعطى الامبراطور البخيل للقائد حوالى $\frac{1}{٣}$ من مبلغ
المليون دينار الذى طلبه تيرينسى .

* * *

فلنراجع حساب الخازن وفي نفس الوقت وزن القطع النقدية .
لقد اخرج تيرينسى ما يلى :

فى اليوم الاول	براس واحد	وزنه	٥ جم
فى اليوم الثانى	براسان اثنان	وزنهما	١٠ جم
فى اليوم الثالث	٤ براسات	وزنها	٢٠ جم
فى اليوم الرابع	٨ براسات	وزنها	٤٠ جم
فى اليوم الخامس	١٦ براسا	وزنها	٨٠ جم

في اليوم السادس	٣٢	براسا وزنها	١٦٠ جم
في اليوم السابع	٦٤	براسا وزنها	٣٢٠ جم
في اليوم الثامن	١٢٨	براسا وزنها	٦٤٠ جم
في اليوم التاسع	٢٥٦	براسا وزنها ١ كجم	٢٨٠ جم
في اليوم العاشر	٥١٢	براسا وزنها ٢ كجم	٥٦٠ جم
في اليوم الحادى عشر	١٠٢٤	براسا وزنها ٥ كجم	١٢٠ جم
في اليوم الثانى عشر	٢٠٤٨	براسا وزنها ١٠ كجم	٢٤٠ جم
في اليوم الثالث عشر	٤٠٩٦	براسا وزنها ٢٠ كجم	٤٨٠ جم
في اليوم الرابع عشر	٨١٩٢	براسا وزنها ٤٠ كجم	٩٦٠ جم
في اليوم الخامس عشر	١٦٣٨٤	براسا وزنها ٨١ كجم	٩٢٠ جم
في اليوم السادس عشر	٣٢٧٦٨	براسا وزنها ١٦٣ كجم	٨٤٠ جم
في اليوم السابع عشر	٦٥٥٣٦	براسا وزنها ٣٢٧ كجم	٦٨٠ جم
في اليوم الثامن عشر	١٣١٠٧٢	براسا وزنها ٦٥٥ كجم	٣٦٠ جم

نحن نعرف كيف يمكن ببساطة حساب مجموع اعداد مثل هذه المتسلسلات : للعمود الثانى يساوى ٢٦٢١٤٣ تبعاً للقاعدة المبينة على الصفحة ١٢٨ . طلب تيرينسى من الامبراطور مليون دينار اى ٥٠٠٠٠٠٠ براس وهذا يعنى انه قد حصل على اقل مما طلب بمقدار

$$٥٠٠٠٠٠٠ \div ١٤٣ = ٢٦٢ \approx ١٩ \text{ مرة}$$

٦٣ - اسطورة عن لوحة الشطرنج . لعبة الشطرنج واحدة من اقدم الالعب . وهي توجد منذ عدة قرون وليس من المستغرب انه ترتبط بها اساطير كثيرة لا يمكن اختبار صحتها نظرا لانها كانت في قديم الزمان .

واريد الآن رواية احدى هذه الاساطير . لكي تفهمها لا يلزم بتاتا ان تعرف لعبة الشطرنج ، ويكفى ان تعرف ان اللعبة تتم على لوحة مقسمة الى ٦٤ مربعا (سوداء وبيضاء على التوالي) .

(١)

تم ابتكار لعبة الشطرنج في الهند وعندما تعرف الملك الهندي شيرام عليها اندهش لذكائها واختلاف الاوضاع الممكنة فيها . وعندما علم الملك ان مخترعها من رعاياه امر باحضاره اليه لكي يكافئه شخصا على فكرته الموفقة .

حضر المخترع ، وكان اسمه سيتا ، الى عرش الملك . لقد كان عالما بسيط الملبس ويكسب قوته بتعليم تلاميذه .

وقال الملك :

— اننى اريد ان اكافئك يا سيتا على هذه اللعبة العظيمة التى

اخترعتها .

وخرّ الحكيم ساجدا .

واضاف الملك يقول :

— اننى غنى بما فيه الكفاية لكى انفذ اشجع رغبة لديك .
قل المكافأة التى ترضيك وستحصل عليها .
ولزم سينا الصمت .

فشجعه القيصر قائلا :

— لا تخجل ، اذكر رغبتك . لن اضمن بشيء لكى احققها لك .
— ان كرمك عظيم ايها الملك . ولكن اعطني مهلة لافكر
فى الاجابة . غدا سأخبرك ، بعد ان يختمر تفكيرى ، برغبتى .
عندما جاء سينا فى اليوم الثانى الى مدرجات العرش ثانية ،
ادهش القيصر بتواضع طلبه .

قال سينا :

— ايها الملك ، أ أمر ان تعطى لى من اجل اول مربع من لوحة
الشطرنج حبة قمح .

فدهش الملك وقال :

— حبة قمح عادية ؟

— نعم ايها الملك . وعن المربع الثانى أ أمر باعطائى حبتين ،

وعن الثالث ٤ حبات وعن الرابع ٨ حبات وعن الخامس ١٦

حبة وعن السادس ٣٢ حبة ..

وقاطعه القيصر متضايقا :

— يكفى ، ستأخذ الحبات عن جميع ال ٦٤ مربعا للوحة تبعا

لرغبتك ، عن كل مربع بمقدار ضعف ما اخذته عن المربع



شكل ٥٣ . «مقابل المربع الثاني أمر بأعطائي حبيتين»

السابق . ولكن اعلم ان رغبتك هذه غير جديرة بكرمى . انك بطلبك مثل هذه المكافأة التافهة تتجاهل كرمى بما ينم عن عدم الاحترام . والواقع انك كمعلم ، كان الاولى بك ان تكون قدوة حسنة فى احترام كرم ملكك . اذهب . وسيحمل لك خدemy كيس القمح وابتسم سينا ونخرج من القاعة ، واخذ ينتظر عند بوابة القصر .

(٢)

تذكر الملك اثناء الغداء مخترع الشطرنج ، وبعث يسأل هل اخذ سينا الطائش مكافأته البائسة ام لا . وكانت الاجابة :

— ايها الملك ، امرك يتفد . ويقوم رياضيو القصر بحساب عدد الحبوب اللازمة .

وعبس الملك . انه لم يتعود ان تنفذ اوامره بهذا البطء . وفي المساء سأل الملك عند انصرافه للنوم هل منذ زمن بعيد ترك سينا باحة القصر مع كيسه من القمح . فاجابوه :

— ايها الملك ، ان رياضيك يعملون بدون كلل ، وهم يأملون ان ينتهوا من العمل قبل الفجر .
فسأل الملك بغضب :

— لماذا يبطئون في عمل هذا ؟ لابد ان يعطى لسينا غدا قبل ان استيقظ كل شيء حتى آخر حبة .
اننى لا اعيد اصدار اوامرى .

وفي الصباح قيل للملك ان كبير رياضىي القصر يرجو منه سماع شيء هام .
فامر الملك بادخاله .

قال شيرام :

— قبل ان تقول ما تريد اننى اريد ان اسمع هل اعطيت فى نهاية الامر لسينا تلك المكافأة التافهة التى طلبها .
فاجابه الشيخ قائلا :

— من اجل ذلك تجرأت بالمشول بين يديك فى مثل هذه

الساعة المبكرة . لقد حسبنا بامعان كل عدد الحبوب التي يريد ان يحصل عليها سينا . وان هذا العدد لضخم ..
فقاطعة الملك بغطرسة قائلا :

— مهما كان العدد ضخما . فلن تفتقر خزائني . لا بد وان تسلم المكافأة التي وعدت بها ...

— ليس في سلطتك ايها الملك تنفيذ مثل هذه الرغبات . ففي كل خزائنك لا يوجد هذا العدد من الحبوب الذي طلبه سينا . فلا يوجد مثل هذا العدد في كل خزائن المملكة ، ولن يوجد في كل الارض . ولو اردت ان تعطية المكافأة الموعودة فلتأمر بان تتحول ممالك الارض الى ارض للحرث ، وان تجفف البحار والمحيطات ، وان يزال الجليد والثلوج التي تغطي الصحارى الشمالية . فليكن كل ما فيها من ارض مزروعا بالقمح . وامر بان يعطى كل ما سينتج من هذه الحقول لسينا . عندئذ سيأخذ مكافأته .

واستمع الملك بدهشة الى كلمات الشيخ .

وقال وهو غارق في التفكير :

— اذكر لي هذا العدد العجيب .

— ثمانية عشر كوينتليون واربعمئة وستة واربعون كوادرليون

وسبعمئة واربعة واربعون تريليون وسبعمئة وثلاثة بليون وسبعمئة

وتسعة ملايين وخمسمئة وواحد وخمسون الف وستمئة وخمسن

عشرة حبة ، يامولاي !

والآن يبقى ان نوجد

$$16 \times 1048576 \times 1048576 \times 1048576$$

ونطرح من النتيجة الواحد الصحيح ، فنحصل على العدد المطلوب من الحبوب :

$$18446744073709551615$$

لو اردت ان تتخيل ضخامة هذا العملاق العددي ، فلتحسب حجم مخزن الحبوب اللازم لاستيعاب مثل تلك الكمية من الحبوب . علما بان المتر المكعب من القمح يحتوى على ما يقرب من ١٥ مليون حبة . وهذا يعنى ان مكافأة مخترع الشطرنج يجب ان تشغل مكانا يبلغ حجمه ١٢٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ متر مكعب او ١٢٠٠٠ كيلومتر مكعب . واذا كان ارتفاع المخزن ٤ م وعرضه ١٠ م لوجب ان يمتد لمسافة ٣٠٠٠٠٠٠٠٠ كيلومتر ، اى اكبر بمرتين من المسافة من الارض الى الشمس .

ولم يكن الملك الهندي ليستطيع ان يقدم مثل هذه المكافأة . ولكنه كان يستطيع لو كان قويا فى الرياضيات ان يتحرر من مثل هذا الدين الثقيل . من اجل ذلك كان يجب فقط ان يقترح على سيتا ان يحسب بنفسه حبة حبة كل نصيبه من القمح :
وفعللا ، فلو اخذ سيتا على عاتقه عملية الحساب وقام بها ليلا ونهارا بدون راحة على ان يعد حبة كل ثانية فانه فى اليوم الاول كان

سيعد ٨٦٤٠٠ حبة ، ولكي يحسب مليون حبة كان يلزمه ما لا يقل عن ١٠ ايام من الحساب المستمر ، وكان سيحسب المتر المكعب الواحد من الحبوب في نصف عام ، وهذا كان يعطية ه ارباع فقط . واذا كان قد قام بالعد بدون راحة خلال ١٠ سنوات لحسب ما لا يزيد عن ١٠٠ ربع . وانت ترى انه حتى لو مكث بقية عمره يحسب فانه كان سيحصل على جزء ضئيل من المكافأة التي طلبها لنفسه .

٦٤ - التكاثر السريع . رأس ثمرة خشخاش مليئة بالبذور الصغيرة : يمكن من كل حبة ان ينمو نبات كامل . كم عدد رؤوس ثمار الخشخاش التي سنحصل عليها اذا نبتت كل الحبوب ؟ لمعرفة ذلك يلزم ان نعد عدد البذور في الرأس الكاملة . انها عملية مملة ، ولكن النتيجة مثيرة جدا بحيث تستأهل ان نصبر ونقوم بالعد حتى النهاية . يتضح ان رأسا واحدة من الخشخاش تحتوي على ٣٠٠٠ حبة تقريبا .

وماذا يعنى هذا ؟ يعنى انه اذا كان حول نبات الخشخاش مساحة كافية من الارض الجيدة فانه يمكن ان ينمو النبات من كل حبة تقع ، وفي الصيف التالى سينبت فى نفس هذا المكان ٣٠٠٠ نبات خشخاش اى حقل كامل منه ، وذلك من رأس واحدة . فلننظر ماذا بعد ذلك . ان كل نبتة واحدة من ٣٠٠٠ نبات ستنتب ما لا يقل عن رأس واحدة (الاغلب ان تكون هناك عدة

دووس) وفي كل رأس ٣٠٠٠ حبة . وينموه فان بذور الرأس الواحد تعطى ٣٠٠٠ من النباتات الجديدة . وبالتالي سيكون لدينا في السنة الثانية ما لا يقل عن :

$$٣٠٠٠ \times ٣٠٠٠ = ٩٠٠٠٠٠٠ \text{ نبات}$$

ومن السهل حساب انه في السنة الثالثة سيصل عدد سلالة رأس الخشخاش الواحد الذي كان لدينا اولا الى :

$$٩٠٠٠٠٠٠ \times ٣٠٠٠ = ٢٧٠٠٠٠٠٠٠٠٠$$

وفي السنة الرابعة

$$٢٧٠٠٠٠٠٠٠٠٠ \times ٣٠٠٠ = ٨١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠$$

وفي السنة الخامسة ستضيق الكرة الارضية بهذه النباتات لان عددها سيكون

$$٨١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ \times ٣٠٠٠ = ٢٤٣٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠$$

فان سطح كل اليابسة من الارض ، اى مساحة كل القارات والجزر على الكرة الارضية ، يبلغ ١٣٥ مليون كيلومتر مربع فقط اى ١٣٥٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ م^٢ وتقريبا في ٢٠٠٠ مرة اقل من عدد نباتات الخشخاش التى نبتت .

وانتم ترون انه اذا نبتت كل حبات الخشخاش فان سلالة نبات واحد كانت تستطيع خلال خمسة اعوام ان تغطي كل اليابسة بنباتات كثيفة في حدود الفى نبات في كل متر مربع .
 ها هو ذى العملاق العدى الذى يكمن في بذرة الخشخاش الصغيرة .
 لو اجرينا نفس الحساب على نبات آخر غير الخشخاش ذى بذور اقل فى العدد لوصلنا الى نتيجة مشابهة ، ولكن سلالاته كانت ستغطي الارض لا خلال خمس سنوات ولكن فى وقت اطول بقليل . فلنأخذ على سبيل المثال نبات الهندباء البرية الذى يعطى كل سنة ما يقرب من ١٠٠ بذرة * . فلو انها نبتت كلها لحصلنا على :

نبات	نبات واحد	فى السنة الاولى
نبات	١٠٠	فى السنة الثانية
نبات	١٠ ٠٠٠	فى السنة الثالثة
نبات	١٠٠٠ ٠٠٠	فى السنة الرابعة
نبات	١ ٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠	فى السنة الخامسة
نبات	١٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠	فى السنة السادسة
نبات	١ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠	فى السنة السابعة
نبات	١٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠	فى السنة الثامنة
نبات	١٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠	فى السنة التاسعة

* فى أحد رؤوس الهندباء البرية وجد حتى ٢٠٠ بذرة .

وهذا يزيد بـ ٧٠ مرة على ما هو موجود من الامتار المربعة على كل اليابسة .

وبالتالى ففي العام التاسع كان نبات الهندباء البرية (سن الاسد) سيغطي الارض بمعدل ٧٠ نباتا فى كل متر مربع .

لماذا لا نلاحظ فى الواقع مثل هذا التكاثر السريع ؟ لان الاكثريه العظمى من البذور تموت دون ان تعطى نباتات صغيرة : فهي اما لا تقع على ارض صالحة وبالتالي لا تنمو ابدا ، او انها عندما تبدأ النمو تطفى عليها نباتات اخرى او اخيرا تدوسها الحيوانات . ولكن لو لم يحدث هذا الافناء الجماعى للبذور والنباتات الصغيرة لغطى كل نبات كوكبنا باجمعه فى زمن قصير .

ولا يصح هذا بالنسبة للنباتات فقط ولكن بالنسبة للحيوانات ايضا . فلولا الموت لغطت كل الارض سلالة زوج واحد من اى من الحيوانات عاجلا او آجلا . ان جمحافل الجراد التى تغطى مساحة واسعة من الارض يمكن ان تعطى لنا صورة عما يمكن ان يحدث لو لم يعرقل الموت تكاثر الكائنات الحية . لتغطت القارات خلال ثلاثين او اربعين سنة بغابات كثيفة وبرارى تعج بملايين الحيوانات التى تتصارع فيما بينها من اجل المكان . ولامتلاء المحيط بالسمك بكثافة بحيث يصبح مرور السفن امرا مستحيلا . ولاصبح الهواء غير شفاف من كثرة الطيور والحشرات . فلننظر كمثال ، كيف تتكاثر الذبابة المعروفة للجميع . فلنفرض ان كل ذبابة تضع ١٢٠

بيضة ولنفرض انه خلال الصيف تلحق ٧ اجيال من الذباب في الظهور نصفها اناث . ولنفترض ان اول وضع كان في ١٥ ابريل وسنحسب ان الذبابة الانثى تكبر خلال ٢٠ يوما لدرجة انه نفسها تضع البيض . عند ذلك يتم التكاثر كالاتى :

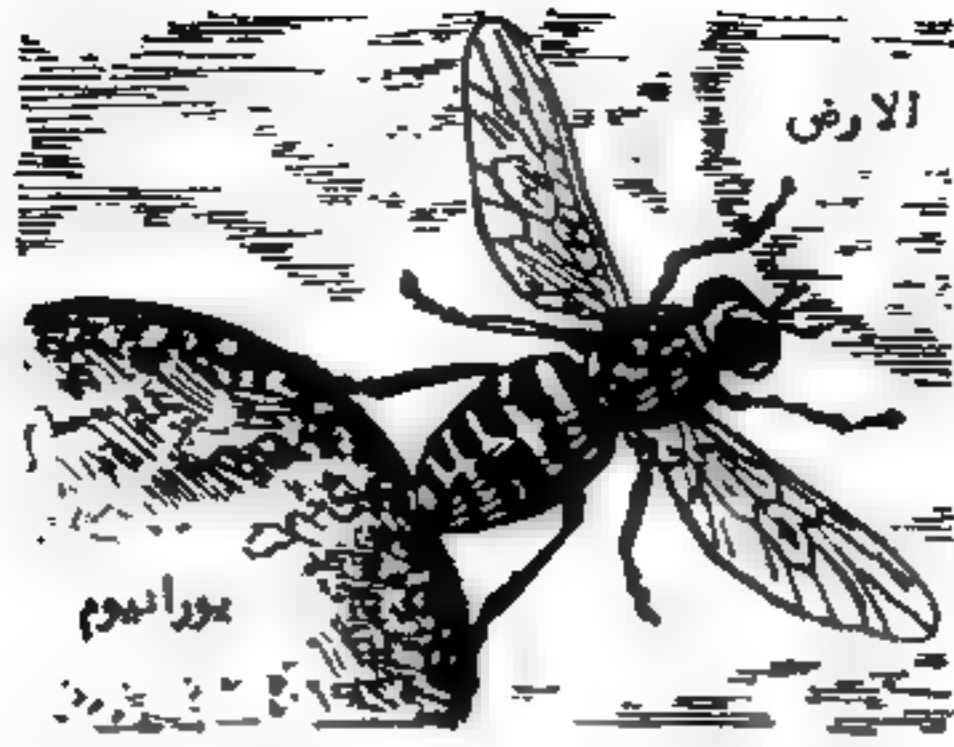
في ١٥ ابريل - وضعت الانثى ١٢٠ بيضة ، وفي بداية مايو تفقس ١٢٠ ذبابة ، منها ٦٠ انثى .

في ٥ مايو - وضعت كل انثى ١٢٠ بيضة ، وفي منتصف مايو تفقس $120 \times 60 = 7200$ ذبابة ، منها ٣٦٠٠ انثى .
في ٢٥ مايو - كل واحدة من ٣٦٠٠ انثى وضعت ١٢٠ بيضة ، وفي بداية يونيو تفقس $120 \times 3600 = 432000$ ذبابة ، منها ٢١٦٠٠٠ انثى .

في ١٤ يونيو كل انثى من ال ٢١٦٠٠٠ انثى وضعت ١٢٠ بيضة ، وفي نهاية يونيو تفقس $216000 \times 120 = 25920000$ ذبابة منها ١٢٩٦٠٠٠٠ انثى .

في ٥ يوليو - تضع كل واحدة من ١٢٩٦٠٠٠٠ انثى ١٢٠ بيضة ، وفي يوليو تفقس $12960000 \times 120 = 1555200000$ ذبابة منها ٧٧٧٦٠٠٠٠٠ انثى .

في ٢٥ يوليو - تفقس $777600000 \times 120 = 933120000000$ ذبابة منها ٤٦٦٥٦٠٠٠٠٠٠٠ انثى .



شكل ٥٤ . كن يمكن ان يوضع نسل الذبابة خلال صيف واحد فى خط من الارض حتى الكوكب يورانيوم

فى ١٣ اغسطس - تفقت ٥٥٩٨٧٢٠٠٠٠٠٠٠ ذبابة منها ٢٧٩٩٣٦٠٠٠٠٠٠٠ انثى .

فى اول سبتمبر - تفقت ٣٥٥٩٢٣٢٠٠٠٠٠٠٠٠ انثى .
لكى نتخيل بصورة اوضح هذه الكتلة الضخمة من الذباب التى كانت تستطيع ان تولد خلال صيف واحد عند التكاثر غير المعاق لتزوج واحد ، ولنتخيل انها وقفت فى خط مستقيم كل واحدة بجانب الاخرى ، بما ان طول الذبابة ٥ مم فان كل هذا الذباب كان سيمتد على طول ٢٥٠٠ مليون كيلومتر ، اى بمقدار يزيد ١٨ مرة على المسافة من الارض حتى الشمس (اى ما يقرب من المسافة من الارض حتى كوكب يورانيوم البعيد) ...

فى الختام سنورد بعض الحالات الحقيقية للتكاثر السريع
الخارق للمألوف للحيوانات التى بدأت العيش فى ظروف مناسبة .
لم تكن فى امريكا عصافير فى البداية . فقد جلب هذا الطائر
المألوف لدينا الى الولايات المتحدة عمدا بهدف القضاء على الحشرات
الصارة . والعصفور ، كما هو معروف ، يأكل كثيرا من الاساريع
الأكولة والحشرات الاخرى التى تضر الحدائق والبساتين . وافت
العصافير الظروف الجديدة : فلم يكن فى امريكا كواسر تهلك
هذه الطيور واصبح العصفور يتكاثر بسرعة . وبدأت كمية الحشرات
الصارة تقل بشكل ملحوظ ولكن سرعان ما تكاثرت العصافير ولقطة
الطعام الحيوانى اخذت تأكل النباتات واصبحت تخرب الزرع * .
وبرزت الحاجة لمكافحة العصافير ، ولقد كلفت هذه المكافحة
الامريكيين غاليا لدرجة انه صدر للمستقبل قانون يمنع ادخال
اى حيوانات الى امريكا .

المثال الثانى . لم تعرف الارانب فى استراليا عندما اكتشف
الاوروبيون هذه القارة وادخل الارنب الى هناك فى نهاية القرن
الثامن عشر . وبما انه لم تكن هناك وحوش تتغذى على الارانب
فقد تم تكاثر هذه القوارض بوتائر سريعة للغاية . وسرعان ما فاض
جيش الارانب الضخم على كل استراليا وحدثت اضرارا كبيرة على

* فى جزر هاواى طردت العصافير كل الطيور الصغيرة الاخرى تماما .

الزراعة وتحول الى كارثة حقيقية . وقد وجهت اموال طائلة لمكافحة الآفة الزراعية هذه وامكن بفضل التدابير النشطة فقط التغلب على هذه الكارثة . وتكرر نفس الشيء تقريبا بعد ذلك مع الارانب في كاليفورنيا .

والحادثة الثالثة ذات الدلالة حدثت في جزيرة جامايكا . فقد وجدت فيها بكثرة الثعابين السامة . وللتخلص منها تقرر ادخال الطائر - السكرتير الى الجزيرة الذى يعتبر عدوا لا يشق له غبار لثعابين السامة . وتناقص عدد الثعابين سريعا فعلا ولكن تكاثرت بشكل غير عادى جرذان الحقل والتي كانت الثعابين تقتات عليها من قبل . ولقد احدثت الجرذان اضرارا كبيرة لمزارع قصب السكر مما ادى الى التفكير جديا فى القضاء عليها . من المعروف ان عدو الجرذان هو المانجوست الهندي . فتقرر جلب ٤ ازواج منه الى الجزيرة واعطاؤها حرية التكاثر . لقد تأقلم المانجوست مع الوطن الجديد وبسرعة سكنوا فى كل الجزيرة. ولم تمض عشر سنوات حتى قضت تقريبا على كل الجرذان ولكن للأسف اصبح المانجوست يتغذى على اى شىء يقع امامه بعد القضاء على الجرذان ، وصار من الحيوانات التى تأكل كل شىء ، فهاجمت الكلاب الصغيرة ، والماعز ، والخنازير والطيور المنزلية وبيضها . وبازدياد عددها اخذت تهاجم الحدائق وحقول القمح والبساتين . وابتدأ السكان فى القضاء على حلفائهم القريبين ولكنهم استطاعوا فقط للدرجة معينة ان يحدوا من الضرر الذى سببه المانجوست .

٦٥ - غداء مجاني . قرر عشرة شبان الاحتفال بالتخرج من

المدرسة الثانوية بتناول الغداء في احد المطاعم . عندما اجتمع شملهم وقدم الطبق الاول ، اختلفوا حول كيفية او وضع جلوسهم حول المائدة . فاقترح بعضهم ان يجلسوا تبعا لاجدية الاسماء ، بينما اقترح آخرون ان يجلسوا تبعا للسن ، واقترح فريق ثالث ان يجلسوا تبعا لدرجاتهم في الدراسة ، والفريق الرابع - تبعا للطول ... الخ . وطال النقاش ، وبرد الحساء ولم يجلس احد حول المائدة . وصالحهم الجرسون الذي توجه اليهم بالحديث التالي :

- ايها الاصدقاء الشباب ، اتركوا مشاجراتكم . اجلسوا حول المائدة كيفما اتفق ، واستمعوا الى .

وجلس الجميع كيفما اتفق واستطرد الجرسون قائلا :
- دع احدكم يكتب باى نظام تجلسون الآن . وغدا ستحضرون الى هنا للغداء ايضا وستجلسون فى نظام آخر . وبعد غد ستجلسون بطريقة اخرى ... الخ الى ان تجربوا كل التوزيعات الممكنة . وعندما ياتى الدور لكى تجلسوا كما تجلسون الآن هنا ، عندئذ اعدكم وعد حق ، بان ابدأ كل يوم بتقديم اطيب انواع الطعام لكم مجانا .

واعجبهم الاقتراح . وتقرر ان يجتمعوا كل يوم فى هذا المطعم وتجربة كل طرق التوزيع حول المائدة ، لكى يبدأ وبسرعة تناول وجبات الغداء المجانية .

ولكن لم يحل هذا اليوم ، ليس لان الجرسون لم يف بوعده ،
ولكن لان عدد التوزيعات الممكنة حول المائدة كان كبيرا للغاية .
فهى تساوى لا اكثر ولا اقل من ٣٦٢٨٨٠٠ . ويبلغ هذا
العدد من الايام ، مهما كان الحساب سهلا ، ١٠ ٠٠٠ سنة
تقريبا .

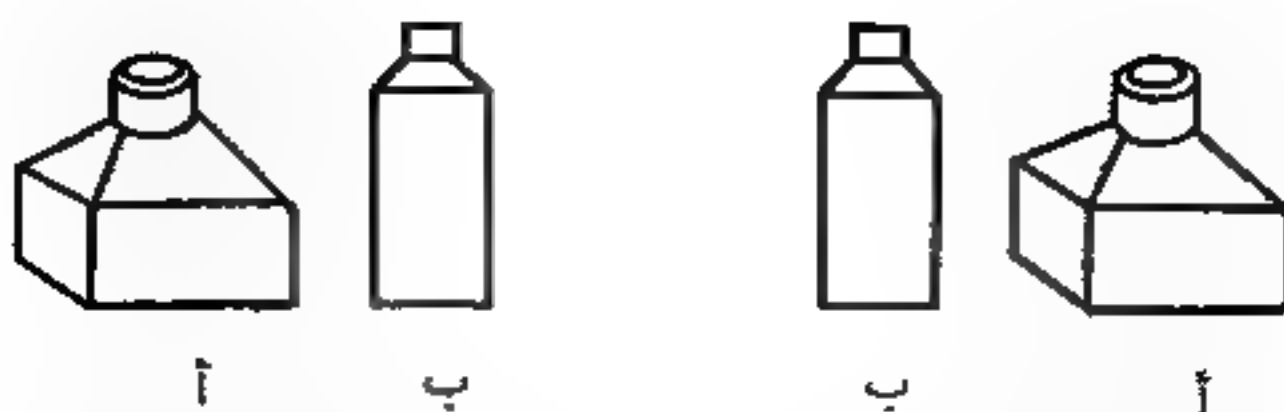
وقد يبدو لكم انه من غير المحتمل ان يستطيع ١٠ اشخاص
التوزع بمثل هذا العدد الكبير من الطرق المختلفة . فلتراجع الحساب
بنفسك .

قبل كل شىء يلزم ان تتعلم تحديد عدد التبادلات . ولتسهيل
سنبدا بحساب عدد صغير من الاشياء - من ثلاثة . سنسميهم
أ ، ب ، ج .

نحن نريد ان نعرف بكم طريقة يمكن تغيير ترتيب كل واحد
فى مكان الآخر . سنناقش ذلك كالاتى . لو تركنا مؤقتا الشىء ج ،
فان الشيتين الآخرين يمكن وضعهما بطريقتين فقط .

والآن سنضم الشىء ج الى كل من هذه الازواج . ونستطيع ان
نفعل ذلك بطرق ثلاث : اذ نستطيع :

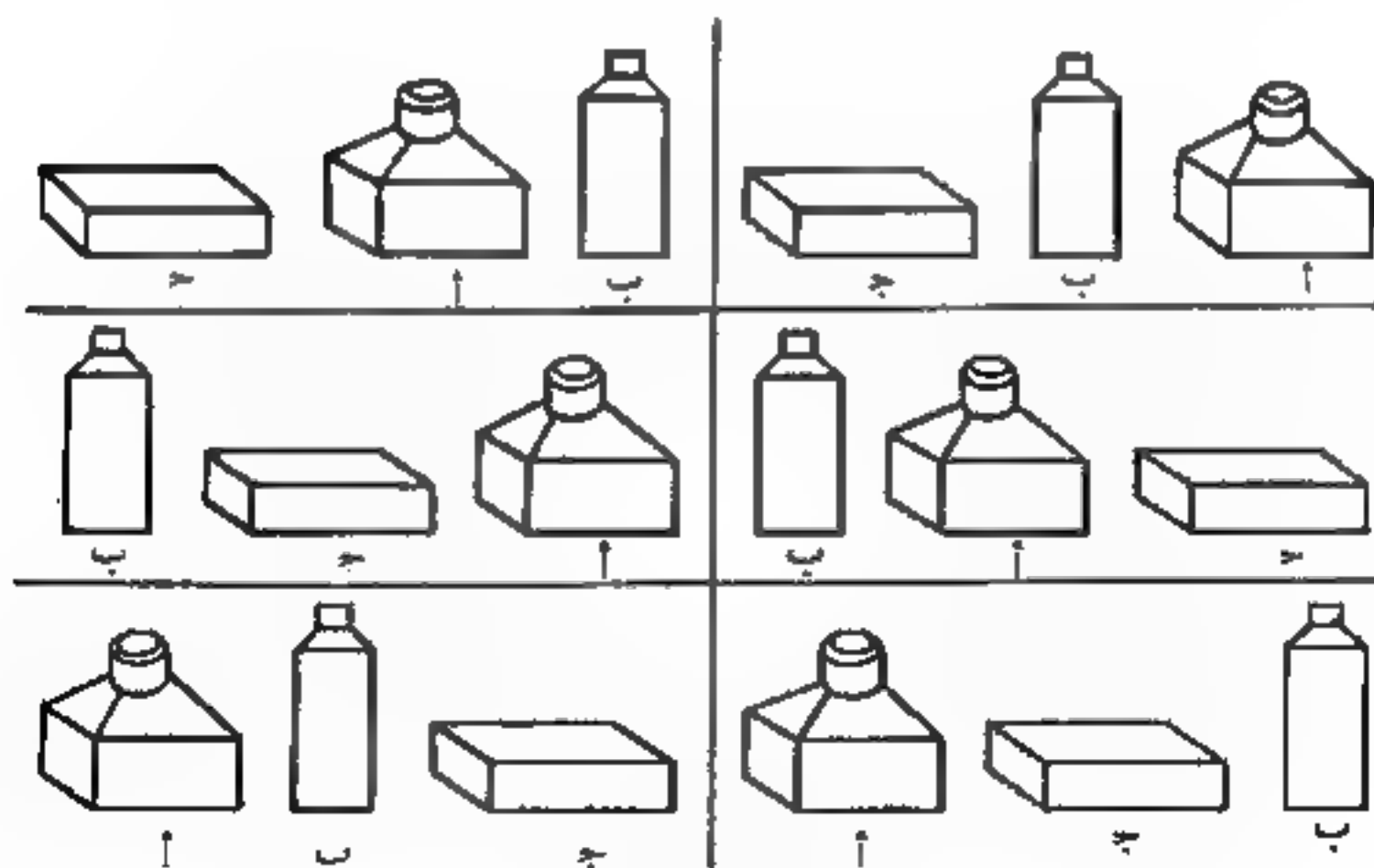
- (١) وضع ج خلف الزوج .
- (٢) وضع ج امام الزوج .
- (٣) وضع ج ما بين الشيتين .



شكل ٥٥ . شيطان يمكن وضعهما بطريقتين فقط.

ومن الواضح انه لا توجد اوضاع اخرى للشيء ج عدا هذه
الاضاع . وبما ان لدينا الزوجين أ ب و ب أ ، فان كل طرق
توزيعات الاشياء ستكون :

$$6 = 3 \times 2$$



شكل ٥٦ . ثلاثة اشياء يمكن وضعها بست طرق

وهذه الطرق مبينة على الشكل ٥٦ .

فلنواصل العملية ، ونحسب الاوضاع لاربعة اشياء .

لنفرض ان لدينا اربعة اشياء أ ، ب ، ج ، د . ومرة اخرى سنضع جانبا مؤقتا شيئا واحدا ، ليكن د ، ونجرب على الاشياء الثلاثة الباقية كل التغييرات الممكنة . نحن نعلم الآن ان عدد هذه التغييرات ستة . بكم من الطرق يمكن اضافة الشيء الرابع د الى كل من الثلاثات الستة ؟ من الواضح ان هذا ممكن باربع طرق : فيمكن :

(١) وضع د خلف الثلاثة ؛

(٢) وضع د امام الثلاثة ؛

(٣) وضع د ما بين الشئتين الاول والثاني ؛

(٤) وضع د ما بين الشئتين الثاني والثالث .

ونحصل بالتالى على ما مجموعه :

$$٢٤ = ٦ \times ٤ \text{ تغييرا}$$

وبما ان $٦ = ٣ \times ٢$ و $٢ = ٢ \times ١$ فان عدد كل التغييرات

التي يمكن تصورها في شكل حاصل الضرب :

$$٢٤ = ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١$$

اذا واصلنا الاستدلال بنفس الطريقة في حالة ٥ اشياء سنعرف

ان عدد التغييرات فيها سيكون مساويا :

$$١٢٠ = ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١$$

وتكون التغيرات بالنسبة لـ ٦ اشياء :

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720 \text{ تغييرا وهكذا}$$

فلنعد الآن الى قصة الافراد العشرة الذين يتناولون الغداء في المطعم . فستحدد عدد التغيرات هنا لو اجهدنا نفسنا في حساب حاصل الضرب :

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$$

عندئذ نحصل على العدد المذكور اعلاه وهو :

$$3628800$$

ولكان الحساب اصعب اذا ما كان هناك وسط الاشخاص العشرة الجالسين وراء مائدة الغداء ٥ بنات واردن ان يجلس حول المائدة بحيث يتناوبن في الجلوس مع الشباب . وعلى الرغم من ان عدد التغيرات الممكنة هنا اقل بكثير فان حسابها اصعب بعض الشيء .

فلنفرض انه يجلس احد الشباب وراء المائدة - كيفما اتفق . عندئذ يستطيع الاربعة الباقون ان يتوزعوا في الجلوس مع ترك كراسي خالية للبنات بين كل واحد والآخر بـ $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$ طريقة مختلفة . بما ان عدد الكراسي ١٠ ، فان اول شاب يستطيع ان يجلس بـ ١٠ طرق . وهذا يعنى ان عدد كل التغيرات الممكنة للشباب هو $10 \times 24 = 240$ تغييرا .

بكم طريقة يمكن ان تجلس الخمس بنات على الكراسى
 الخالية بين الشباب ؟ من الواضح انها $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$
 طريقة . وبحساب كل من الـ 240 وضعا التى يتخذها الشباب مع
 كل من الـ 120 وضعا للبنات نحصل على عدد كل التوزيعات
 الممكنة وهو :

$$28800 = 120 \times 240$$

ان هذا العدد اصغر بعدة مرات من العدد السابق ، ففى هذه
 المرة يلزم فقط 79 سنة (الا قليلا) . لو ان رواد المطعم الشباب عاشوا
 حتى عمر المائة عام لاستطاعوا الحصول على الغداء المجانى ليس
 من نفس الجرسون ولكن ممن سيخلفوه .

نستطيع الآن بمعرفة حساب التبديلات تحديد كم من الاوضاع
 المختلفة لحجر الداما يمكن فى علبة لعبة « الـ 15 » * . بالاحرى
 نحن نستطيع حساب عدد كل المسائل التى تستطيع ان تقترحها
 علينا هذه اللعبة . ومن السهل ادراك ان الحساب يودى الى تحديد
 عدد التبديلات من 15 شيئا . نحن نعرف الآن انه لتحديد ذلك
 يلزم ضرب :

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 14 \times 15$$

* عند ذلك يجب ان يبقى المربع الخالى فى الزاوية اليسرى السفلى دوما .

ويعطينا الحساب النتيجة التالية .

$$1307674365000$$

اي اكثر من التريليون .

ان نصف هذا العدد الضخم من المسائل غير قابل للحل .
ومعنى ذلك انه يوجد اكثر من ٦٠٠ مليار من الاوضاع غير المحلولة
فى هذه اللعبة . مرة هنا يفهم هذا الوباء فى الولوع بلعبة « ال ١٥ »
الذى اصاب الناس الذين لم يشكوا فى وجود مثل هذا العدد الضخم
من الحالات التى لا تحل .

لنلاحظ ايضا ، انه لو كان من الممكن ان نكسب حجر
الداما وضعاً جديداً كل ثانية ، لاحتجنا لكى نجرب كل الاوضاع
الممكنة ، عند العمل المستمر فى اليوم بطوله ، الى اكثر من
٤٠٠٠٠ سنة .

وفى ختام حديثنا عن عدد التبديلات سنحل هذه المسألة من
الحياة المدرسية .

يوجد فى قاعة الدرس ٢٥ تلميذا . بكم طريقة يمكن اجلاسهم
على المقاعد الدراسية ؟

ان حل هذه المسألة — لمن استوعب كل ما اوردناه من قبل —
غير معقد بتاتا : فيلزم ضرب ٢٥ من مثل هذه الاعداد :

$$25 \times 24 \times 23 \times \dots \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

وتبين الرياضيات طرق اختصار كثير من الحسابات ، ولكنها لا تستطيع تسهيل الحسابات المماثلة التي اوردناها الآن . ولا توجد اية طريقة اخرى لاجراء هذا الحساب بدقة كضرب كل الاعداد * بدقة متناهية .

ان التجميع الموفق للحدود وحده يسمح بعض الشيء باختصار زمن الحساب . والنتيجة التي نحصل عليها ضخمة اذ تتألف من ٢٦ رقما - وهو عدد لا يمكن لخيالنا ان يتصور مقداره .
واليك هذا العدد :

١٥٥١١٢١٠٠٤٣٣٣٠٩٨٥٩٨٤٠٠٠٠٠٠

* غير ان هذا الحساب يمكن ان يتم بالتقريب نسبيا بدون تعقيد . فكثيرا ما نجد في الرياضيات الحاجة لحساب حاصل ضرب الاعداد الحقيقية من واحد الى احد لاعداد مثل ن . ويرمز لحاصل الضرب هذا بالرمز ن ! ويسمى بـ ن - فاكستوريل . وعلى سبيل المثال فانه يمكن ان يرمز لحاصل الضرب المذكور اعلاه ، باختصار ، بالرمز ٢٥ ! في القرن الثامن عشر وضع العالم الرياضى الانجليزى ستيرلنج معادلة تسمح بالتقريب بحساب الفاكستوريل . وتكتب هذه المعادلة بالشكل الآتى :

$$n! \approx \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$$

حيث $\pi \approx 3,141$ ، $e \approx 2,718$ - عدنان يلعبان دورا هاما في مسائل الرياضيات المختلفة . وباستخدام جدول اللوغاريتمات من السهل الحصول بواسطة معادلة ستيرلنج على :

$$25! \approx 1,55 \times 10^{25}$$

ان هذا العدد يعتبر ، طبعا ، من اضعف الاعداد التى قابلتنا حتى الآن - وله الحق قبل الاعداد الاخرى فى ان يسمى « بالعدد العملاق » . وعدد القطرات الدقيقة جدا فى كل المحيطات والبحار على الكرة الارضية يعتبر قليلا اذا ما قورن بهذا العدد العملاق .

٦٦ - نقل القطع النقدية : عندما كنت طفلا ارانى اخى الاكبر ، كما اذكر ، اللعبة المشهورة للقطع النقدية . فوضع ثلاثة اطباق بجانب بعضها البعض ، ووضعت فى الطبق الاخير (الطرفى) كومة مؤلفة من ٥ قطع نقدية : فى الاسفل روبل وفوقه ٥٠ كوبيكا ثم ٢٠ كوبيكا ثم ١٥ كوبيكا وفى الاعلى ١٠ كوبيكات . - يجب نقل هذه القطع النقدية الى الطبق الثالث مع المحافظة على القواعد الثلاث الآتية : القاعدة الاولى : - ان تنقل ثمرة واحدة قطعة نقدية واحدة . القاعدة الثانية : لا تضع القطعة النقدية الكبرى فوق الصغرى . القاعدة الثالثة : يمكن مؤقتا وضع القطع النقدية فى الطبق الاوسط مع المحافظة على القاعدتين السابقتين ، ولكن فى نهاية اللعبة يجب ان تكون كل القطع النقدية فى الطبق الثالث بنفس النظام الذى كان اولاً . والقواعد ، كما ترى ، ليست معقدة . والآن فلنبدا العمل .

بدأت باعادة وضع قطع النقود . فوضعت الـ ١٠ كوبيكات فى الطبق الثالث والـ ١٥ كوبيكا فى الطبق الاوسط واحترت اين

اضع ال ٢٠ كوبيكا ؟ انها اكبر من ال ١٠ كوبيكات ومن ال ١٥ كوبيكا .

واغاثنى اخى قائلا :

— كيف الحال ؟ ضع العشرة كوبيكات فى الطباق الاوسط فوق ال ١٥ كوبيكا . عندئذ سيخلو الطباق الثالث للعشرين كوبيكا . وفعلت ذلك . ولكن برزت بعدها — صعوبة اخرى . اين اضع القطعة النقدية ذات ال ٥٠ كوبيكا ؟ غير اننى تنبهت بسرعة ونقلت اول ال ١٠ كوبيكات الى الطباق الاول وال ١٥ كوبيكا الى الطباق الثالث ، ثم ال ١٠ كوبيكات ايضا الى الطباق الثالث . الآن يمكن ان توضع القطعة النقدية من فئة ٥٠ كوبيكا على الطباق الاوسط الخالى . ثم بعد سلسلة طويلة من النقلات استطعت ايضا ان انقل القطعة النقدية من فئة الروبل من الطباق الاول ، وفى النهاية جمعت كل كومة القطع النقدية فى الطباق الثالث .

سأل اخى مستحسنا ما قمت به :

— كم عدد جميع النقلات لديك ؟

— لم اعداها .

— فلنعداها . أليس من الطريف ان تعرف ما هو اصغر عدد

لحركات يكفل بلوغ الهدف . واذا ما كانت الكومة مؤلفة ليس

من ٥ قطع ولكن من قطعتى نقود فقط هى من فئة ١٥ كوبيكا

و ١٠ كوبيكات ، فكم عدد الحركات التى يجب القيام بها ؟

— ثلاثة : تنقل ال ١٠ كوبيكات الى الطبقة الاوسط ، تنقل
ال ١٥ كوبيكا الى الطبقة الثالث ، ثم تنقل ال ١٠ كوبيكات الى
الطبقة الثالث .

— صحيح . فلنصف الآن قطعة نقدية اخرى من فئة ال ٢٠
كوبيكا ، ونحسب بعد كم حركة يمكن نقل الكومة من هذه
القطع النقدية . سنعمل الآتي : سننقل اولا وعلى التوالي القطعتين
النقديتين الصغيرين الى الطبقة الاوسط . ان ذلك يتطلب ، كما
نعرف ، اجراء ٣ حركات . ثم ننقل القطعة النقدية من فئة ال ٢٠
كوبيكا الى الطبقة الثالث الخالي — بحركة واحدة . وعندما ننقل
القطعتين النقيديتين من الطبقة الاوسط ايضا الى الطبقة الثالث — نقوم
بـ ٣ حركات . ويكون مجموع كافة الحركات $3 + 1 + 3 = 7$.
— اما عدد الحركات بالنسبة لاربع قطع نقدية فاسمع لى ان
اعدها بنفسى . اولا سانقل القطع النقدية الصغيرى الثلاث الى
الطبقة المتوسط — ٧ حركات ، ثم انقل ال ٥٠ كوبيكا الى الطبقة
الثالث — بحركة واحدة ثم انقل القطع الصغيرى الثلاث الى الطبقة
الثالث مرة اخرى — ٧ حركات اخرى ، فالمجموع يكون
 $7 + 1 + 7 = 15$.

— ممتاز . وكيف الامر بالنسبة لخمس قطع نقدية ؟
فاجبته فوراً :

— $15 + 1 + 15 = 31$ حركة .

— حسنا لقد فهمت طريقة الحساب . ولكننى ساريك كيف
يمكن تبسيطها اكثر . لاحظ ان الاعداد التى حصلنا عليها ٣ ،
٧ . ١٥ ، ٣١ تمثل كلها اثنين مضروبة فى نفسها مرة او عدة
مرات ، ولكن يطرح الواحد الصحيح . انظر :
وكتب اخى الجدول التالى :

$$٣ = ٢ \times ٢ - ١$$

$$٧ = ٢ \times ٢ \times ٢ - ١$$

$$١٥ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ - ١$$

$$٣١ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ - ١$$

— انا افهم ما تقول فان عدد القطع النقدية التى تنقل ، يكون
مساويا لعدد ضرب الاثنين فى نفسها ثم يطرح الواحد الصحيح .
واستطيع الآن ان احسب عدد حركات اية كومة من النقود . فمثلا
بالنسبة لسبع قطع نقدية :

$$١٢٧ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ - ١ = ١٢٨ - ١$$

— ها قد فهمت هذه اللعبة القديمة . لكن يجب ان تعرف
قاعدة عملية واحدة هى : اذا كان عدد القطع النقدية فى الكومة
فرديا فان اول قطعة نقدية تنقل الى الطبقة الثالث ، اما اذا كان
زوجيا فتنتقل الى الطبقة الاوسط .

— لقد قلت : اللعبة القديمة . لم تبتدعها انت نفسك ؟



شكل ٥٧ . لا بد وان يقوم الكهنة بنقل الحلقات بلا كلل

— لا ، لقد اجريتها باستخدام القطع النقدية لا غير . اما اللعبة فقديمية ويقال انها ولدت في الهند . وهناك اسطورة طريفة حول هذه اللعبة . ويزعم انه يوجد في مدينة بيناريس معبد اقام فيه الاله الهندي براهيم عند خلق الكون ثلاثة عصيات من الالماس ووضع على احداها ٦٤ حلقة ذهبية : كبراهن في الاسفل ، وكل حلقة تالية اصغر من سابقتها . ووجب على كهنة المعبد ان يقوموا بنقل الحلقات بلا كلل نهارا وليلا من احدى العصيات الى الثانية مع استخدام العصية الثالثة كمساعدة وبالمحافظة على قواعد لعبتنا بان ينقلوا في المرة الواحدة حلقة واحدة فقط وعدم جواز وضع

الكبرى فوق الصغرى . وتقول الاسطورة انه عندما ستقل ال ٦٤ حلقة ستحل نهاية العالم .

— اوه ، هذا يعنى لو صدقنا هذه الاسطورة لكان العالم يجب ان يفنى منذ زمن بعيد .

— اظن انك تعتقد ان نقل ٦٤ حلقة لا يتطلب وقتا طويلا ؟

— طبعا ، فلو اجرينا حركة فى كل ثانية ، لامكن فى الساعة الواحدة اجراء ٣٦٠٠ نقلة .

— حسنا ، ثم ماذا ؟

— اى نجرى فى يوم كامل حوالى مائة الف نقلة . وفى

عشرة ايام — مليون نقلة . انا واثق انه بـمليون خطوة ممكن ان ننقل حتى الف حلقة .

— لقد اخطأت ، فلكى ننقل ٦٤ حلقة فقط نحتاج الى ٥٠٠

مليار سنة تقريبا !

— ولكن ما السبب ؟ اليس عدد الخطوات يساوى حاصل

ضرب ٦٤ اثنين ناقصا الواحد ، وهذا يبلغ .. مهلا ، سأقوم بعملية الضرب الآن !

— عظيم . ما دمت مشغولا بذلك ، فيمكتنى الذهاب لاداء

بعض الاعمال .

ذهب اخى ، وتركنى غارقا فى الحسابات . فوجدت اولا حاصل

ضرب ١٦ اثنين ، ثم ضربت هذه النتيجة — ٦٥٥٣٦ — فى نفسها ،

وما نتج عن ذلك ضربته مرة ثانية في نفسه ، ولم انس ان اطرح
الواحد الصحيح .

وحصلت على العدد الآتى :

١٨ ٤٤٦ ٧٤٤ ٠ ٧٣ ٧٠ ٩ ٥٥ ١ ٦ ١٥ ٠

اذن ، كان اخي على حق ..

ربما يهمكم ان تعرفوا باى الاعداد يتحدد عمر العالم . وتوجها
لدى العلماء فى هذا المجال بعض المعطيات المقربة طبعاً .

يبلغ عمر الشمس ٥ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ سنة

يبلغ عمر الكرة الارضية ٣ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ سنة

يبلغ عمر الحياة على الارض ١ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ سنة

يبلغ وجود الانسان لا اقل من ٥٠٠ ٠٠٠ سنة

٦٧ - المراهنة . جرى الحديث اثناء تناول الغداء فى مطعم بيت

الراحة عن كيفية حساب احتمال الحوادث . فاخرج عالم رياضى شاب

صادف وجوده ضمن من يتناولون الطعام ، اخرج قطعة نقديّة وقال :

— سأرمى قطعة نقديّة على المائدة دون ان انظر . ما هو احتمال

ان تقع والصورة الى اعلى ؟

* يعرف القارىء هذا العدد : فهو يمثل المكافأة التى طبعها مخترع لعبة

الشطرنج .



شكل ٥٨ . يمكن وضع قطعة النقود على المنضدة بطريقتين

— اشرح أولا ما الذى يعنيه « الاحتمال » ، ان هذا ليس واضحا لدى الجميع .

— اوه ، هذا شيء بسيط جدا ! ان القطعة النقدية تستطيع ان تقع على المنضدة بطريقتين (شكل ٥٨) : هكذا والصورة الى اعلى او هكذا والصورة الى اسفل .

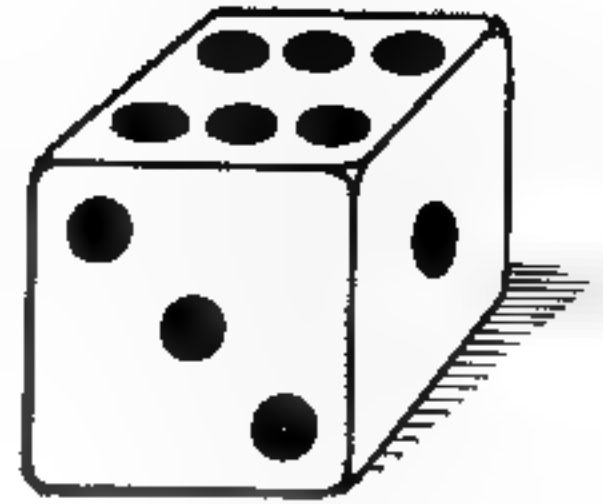
تجوز حالتان فقط من جميع الاحوال الممكنة هنا . منها بالنسبة للحادثة التى تهما تكون مناسبة حادثة واحدة فقط . والآن نوجد النسبة :

$$\frac{\text{عدد الحوادث المناسبة } 1}{\text{عدد الحوادث الممكنة } 2}$$

ان الكسر $\frac{1}{2}$ يمثل « احتمال » وقوع القطعة النقدية والصورة الى اعلى .

وتمدخل احدهم :

— بالنسبة للقطعة النقدية هذا
بسيط ولكن ابحث حالة اعقد ،
مثلا حالة زهر اللعب .



شكل ٥٩ . زهر اللعب

وافق العالم الرياضى قائلا :

— دعنا نبحث ، ذلك ، ان

زهر اللعب هو مكعب توجد

اعداد على جوانبه (شكل ٥٩) . ما هو احتمال ان يقع المكعب
بعد رمية برقم معين الى اعلى ، فلنقل ان يظهر الرقم ستة ؟ ما هي
كل الحالات الممكنة هنا ؟ ممكن ان يقع المكعب على اى جانب
من جوانبه الستة ، وهذا يعنى ان هناك ٦ حالات فقط . وتناسبنا
منها واحدة فقط هي عندما تكون الستة الى اعلى . وهكذا نحصل
على الاحتمال بقسمة ١ على ٦ . باختصار ، يعبر عن الاحتمال
بالكسر $\frac{1}{6}$.

وسألت احدى السيدات :

— ايمكن حساب الاحتمال فى كل الحالات ؟ خذ مثلا هذا

المثال . لقد حذرت ان اول مار نراه من نافذة المطعم سيكون
رجلا . ما هو احتمال ان يكون ما حذرتة صحيحا ؟

— من الواضح ان الاحتمال سيكون مساويا النصف لو اننا

اتفقنا على ان الطفل الذى عمره سنة واحدة ، يمكن ان يعتبر رجلا .
وعدد الرجال على الارض يساوى عدد النساء .

وسأل احد الموجودين :

— وما هو احتمال ان يكون اول اثنين من المائة رجلين ؟

— هذا الحساب اصعب بعض الشيء . سنعد ما هي الحالات

الممكنة فى هذا المجال . اولاً ، يمكن ، ان يكون الشخصان —

رجلين . ثانياً ، انه سيظهر اولاً رجل ومن ثم امرأة . ثالثاً ، بالعكس :

انه ستظهر اولاً امرأة ومن ثم رجل . واخيراً الحالة الرابعة : ان يكون

الاثنان — امرأتين . وهكذا يبلغ عدد الاحوال الممكنة — اربع .

منها حالة واحدة مناسبة فقط ، وهذا واضح وهى الحالة الاولى .

نحصل للاحتمال على الكسر $\frac{1}{4}$. وبذلك تكون مسألتك قد حلت .

— مفهوم . ولكن يمكن ان نضع السؤال ليشمل ثلاثة رجال :

فما هو احتمال ان يكون اول ثلاثة مارة كلهم رجالاً ؟

— فلنحسب هذا ايضا . سنبدأ مرة ثانية من حساب الحالات

الممكنة . يكون عدد كل الحالات بالنسبة لاثنتين من المائة يساوى ،

كما نعلم ، اربع . وبإضافة الشخص الثالث يرتفع عدد الحالات

الممكنة الى الضعف لانه يمكن ان يضم الى كل من المجموعات

الاربع المذكورة لاثنتين من المائة رجل او امرأة . ومجموع كل

الحالات الممكنة هنا يساوى $4 \times 2 = 8$. اما الاحتمال الذى نبحث

عنه فمن الواضح انه يساوى $\frac{1}{8}$ ، لان الحالة المناسبة هي الحالة

الاولى فقط . ومن السهل هنا ان نذكر قاعدة الحساب وهى : فى حالة اثنين من المارة كان لدينا الاحتمال $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ ، وفى حالة ثلاثة من المارة $\frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ ، وفى حالة اربعة يساوى الاحتمال حاصل ضرب اربعة انصاف .. الخ . وكما ترون فان الاحتمال يقل .

— وماذا يساوى الاحتمال ، على سبيل المثال عندما يكون عدد المارة عشرة ؟

— اى ما هو الاحتمال بان المارين العشرة الاوائل سيكونون جميعا رجالا ؟ لنحسب كم يساوى حاصل ضرب عشرة انصاف . انه $\frac{1}{1024}$ اى اقل من واحد من الالف . وهذا يعنى انه اذا راها بالنقود على ذلك ، بان تقولوا ان هذا سيحدث ، وتضعون روبلا واحدا ، فانتى استطيع ان اراهن بـ ١٠٠٠ روبل قائلا ان ذلك لن يحدث .

وقال احدهم :

— رهان مربح ! انتى كنت اضع الروبل برضى كى احظى بامكانية كسب الف روبل كاملة .

— ولكن توجد الف فرصة مقابل فرصتك الواحدة — يجب ان تأخذ هذا فى الاعتبار ايضا .

— ان هذا لا يعنى شيئا . لقد كنت اغامر بالروبل مقابل الالف حتى على ان مائة من المارة سيكونون كلهم رجالا .

وسأل العالم الرياضي :

— وهل تتصور كم هو صغير احتمال حدوث ذلك ؟

— واحد من مليون او شيء من هذا القليل ؟

— اصغر بكثير . ان جزءا من المليون يؤلف الاحتمال

بالنسبة لـ ٢٠ من المارة . اما بالنسبة لمائة من المارة فسيكون

الاحتمال ... دعنى احسب ذلك على الورقة . انه جزء من بليون ..

و جزء من ترليون .. و جزء من كوادريون ... اها ! انه واحد صحيح

مع ثلاثين صفرا .

— فقط ؟

— وهل ان ٣٠ صفرا قليلة بالنسبة اليك ؟ فلا يوجد في المحيط

جزء من الف من هذا العدد من القطرات الصغيرة جدا .

— انه عدد ضخم ، حقا ! كم ستضع مقابل روبلى ؟

— ها .. ها ! ... كل ما معى ! كل ما معى من نقود .

— كلها — ان هذا كثير جدا . ضف على الرهان دراجتك .

والحق انك لن تضعها ؟

— ولم لا ؟ تفضل ! فلتكن الدراجة اذا اردت . انا لا اغامر

بشيء ابدا .

— وانا لا اغامر ايضا . فان الروبل ليس شيئا كبيرا ، ولكن

فى مقابل ذلك استطيع ان اكسب دراجة ، اما انت فلا تكسب

شيئا تقريبا .

. ولكن لا بد ان تفهم انك ستخسر حتما ! ولن تكسب الدراجة ابدا ، اما روبلك فيمكن القول انه فى جيبى .

لكن صديق العالم الرياضى اوقفه قائلا :

— ماذا تفعل ! من اجل روبل تغامر بدراجة ، هذا جنون !

فاجابه الرياضى :

— على العكس ، ان الجنون ان تضع ولو حتى روبلا واحدا فى مثل هذه الاحوال . فالخسارة محتمة ! الاحسن ان ترمى الروبل .

— ولكن هناك فرصة واحدة ؟

قطرة واحدة فى محيط كامل . فى عشرة محيطات ! هذه هى فرصتك . واما بالنسبة لى فعشرة محيطات ضد قطرة واحدة . ان مكسبى محقق مثل كون الاربعة ضعف الاثنين .

قال صوت هادىء لعجوز كان يسمع النقاش صامتا طول الوقت :

— تحمس ايها الشاب ... تحمس ...

— كيف ؟ وانت ايضا يا استاذ تناقش بافكار ضيقة الافق ؟

— هل فكرت ان ليس كل الحالات هنا يمكن ان تحدث

بنفس الاحتمال ؟ ان حساب الاحتمال صحيح لاي الاحداث

فقط ؟ للاحداث ذات الاحتمال المتساوى الحدوث . أليس

كذلك ؟ ولكن فى المثال قيد البحث ... على كل حال — قال

العجوز وهو يصغى الى الحديث — ان الواقع وحده ، على ما يبدو ،

هو الذى سيبين لك الآن خطأك . الا تسمع صوت الموسيقى العسكرية ،
صحيح ام لا ؟

وبادر العالم الرياضى فى الحديث قائلا :

— وما علاقة الموسيقى بذلك ؟

ثم صمت . وبان على وجهه الذعر . وهب من مكانه ونظر من
النافذة مخرجاً رأسه .

وجاء صوته الكئيب يقول :

— هو كذلك ! لقد خسرت الرهان !

وداعاً ايها الدراجة ...

بعد دقيقة اصبح واضحاً للجميع قيم القضية . لقد كانت
تسير امام النافذة كتيبة جنود .

٦٨ — الاعداد العملاقة حولنا وداخلنا . ليس هناك حاجة للبحث

عن اوضاع خارقة للعادة لكى نقابل الاعداد العملاقة . فهى تتواجد
فى كل مكان حولنا ، وحتى فى داخلنا ، ويلزم فقط ان نحسن
مشاهدتها . السماء فوق رؤوسنا ، والرمل تحت اقدامنا ، والهواء
من حولنا ، والدم فى اجسامنا ... كل هذا يخفى فى نفسه عمالقة
غير منظورة من عالم الاعداد .

ولا تعتبر العمالق العددية فى الفضاء السماوى بالنسبة لاغلب
الناس شيئاً مفاجئاً . فمعروف جيداً ، ان الحديث سيكون عن
عدد نجوم الكون وعن المسافات التى تبعد بها عنا وبين بعضها

البعض وعن مقاييسها ، ووزنها ، وعمرها ، ... ففى كل الاحوال
 نقابل اعدادا تفوق المخيلة بضخامتها . ليس عبثا ان اصبحت
 عبارة « العدد الفلكى » ذائعة الصيت . وعلى الرغم من ذلك ، فان
 الكثيرين لا يعرفون ان حتى الاجسام السماوية التى غالبا ما يسميها
 الفلكيون « صغيرة » ، تكون عملاقة حقيقة ، لو استخدمنا تجاهها
 المقياس الارضى المعروف . وتوجد فى مجموعتنا الشمسية كواكب
 سماها الفلكيون « بالصغرى » نظرا لصغر حجمها . منها ما يبلغ
 طول قطرها بضعة كيلومترات . وتكون بالنسبة للفلكى المعتاد على
 المقاييس العملاقة ، من الضالة بحيث انه عندما يتكلم عنها ،
 يصفها بلا مبالاة « بالضئيلة » . ولكنها تعتبر اجسام « ضئيلة »
 فقط بجانب الكواكب السماوية الاخرى التى تكون اضخم ، اما
 بالنسبة للمقياس العادى الانسانى فهى ليست صغيرة . فلنأخذ كوكبا
 ضئيلا يبلغ قطره ٣ كم . وتبعا لقواعد الهندسة من السهل حساب
 ان سطح مثل هذه الجسم يكون ٢٨ كم^٢ او ٢٨ ٠٠٠ ٠٠٠ م^٢ .
 ويمكن ان يتخذ مكانه وقفا ٧ اشخاص على ١ م^٢ . وبذلك
 ترون انه يوجد على ٢٨ مليون م^٢ مكان لـ ١٩٦ مليون انسان .
 كما ان الرمل الذى ندوسه كذلك يدخلنا الى عالم العملاقة
 العددية . وليس عبثا ان ظهرت منذ القدم عبارة « لا يحصى كالرمل »
 وعلى اى حال فان القدماء قد قللوا من مقدار عدد الرمل قائلين انه
 يساوى كثرة النجوم . فى قديم الزمان لم تكن هناك تليسكوبات

كان يمكن للمرء ان يشاهد بالعين المجردة فى السماء ما يقرب من ٣٥٠٠ نجمة (فى نصف الكرة الارضية الواحد) . ويزيد عدد الرمل على شاطئ البحر بملايين المرات على عدد النجوم الممكن رؤيتها بالعين المجردة .

ان العملاق العددي العظيم يكمن فى الهواء الذى نتنفسه . فكل سنتيمتر مكعب من الهواء ، او كل قمع يحتوى على ٢٧ كويتيليونا (اى العدد ٢٧ مع ١٨ صفر) من الجزيئات الصغيرة التى تسمى « بالجزيئات » .

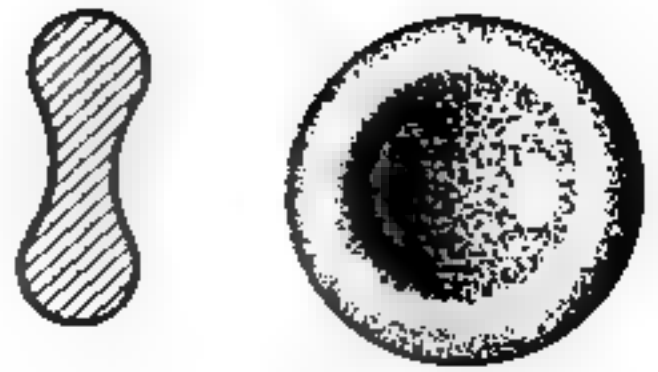
ومن المستحيل تصور مدى ضخامة هذا العدد . ولو كان فى الكون مثل هذا العدد من الناس لما كفت الاماكن على كوكبنا . وفى الحقيقة فان سطح الكرة الارضية بحساب كل القارات والمحيطات يساوى ٥٠٠ مليون كيلومتر مربع . وبتقسيمها الى امتار مربعة نحصل على

٥٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ م^٢

لنقسم ٢٧ كويتيليونا على هذا العدد فنحصل على ٥٤ ٠٠٠ . وهذا يعنى انه كان سيكون على متر مربع من سطح الارض اكثر من ٥٠ الف انسان !

لقد ذكرنا سابقا ان العملاقة العددية تختبئ داخل الجسم البشرى ايضا . سنبين ذلك بأخذ دمنا كمثال . لو اننا نظرنا الى نقطة الدم تحت الميكروسكوب ، لوجدنا انه تسبح فيها مجموعة ضخمة

من اجسام صغيرة جدا ذات لون احمر هي التي تعطي الدم لونه . كل واحدة من هذه « الاجسام الدموية الحمراء » لها شكل وسادة صغيرة مستديرة مقعرة في الوسط (شكل ٦٠) . وكلها عند الانسان



شكل ٦٠

تقريبا ذات مقاييس واحدة ويكون مقطعها تقريبا ٠,٠٠٧ مم وسمكها ٠,٠٠٢ مم . ولكن عددها ضخمة . ففي قطرة الدم الصغيرة التي يبلغ حجمها ١ مم^٣ يكون عددها ٥ مليون . فكم عددها في جسمنا ؟ يوجد في جسم الانسان من لترات الدم اقل بحوالى ١٤ مرة من عدد كيلوجرامات وزنه . ولو كان وزنك ٤٠ كجم فان الدم في جسمك حوالى ٣ لترات او ٣٠٠٠٠٠٠ مم^٣ . وبما ان كل ملليمتر مكعب يحتوى على ٥ ملايين جسم احمر ، فان العدد الكلى لها في دمك يكون

$$١٥٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ = ٣٠٠٠٠٠٠ \times ٥٠٠٠٠٠٠$$

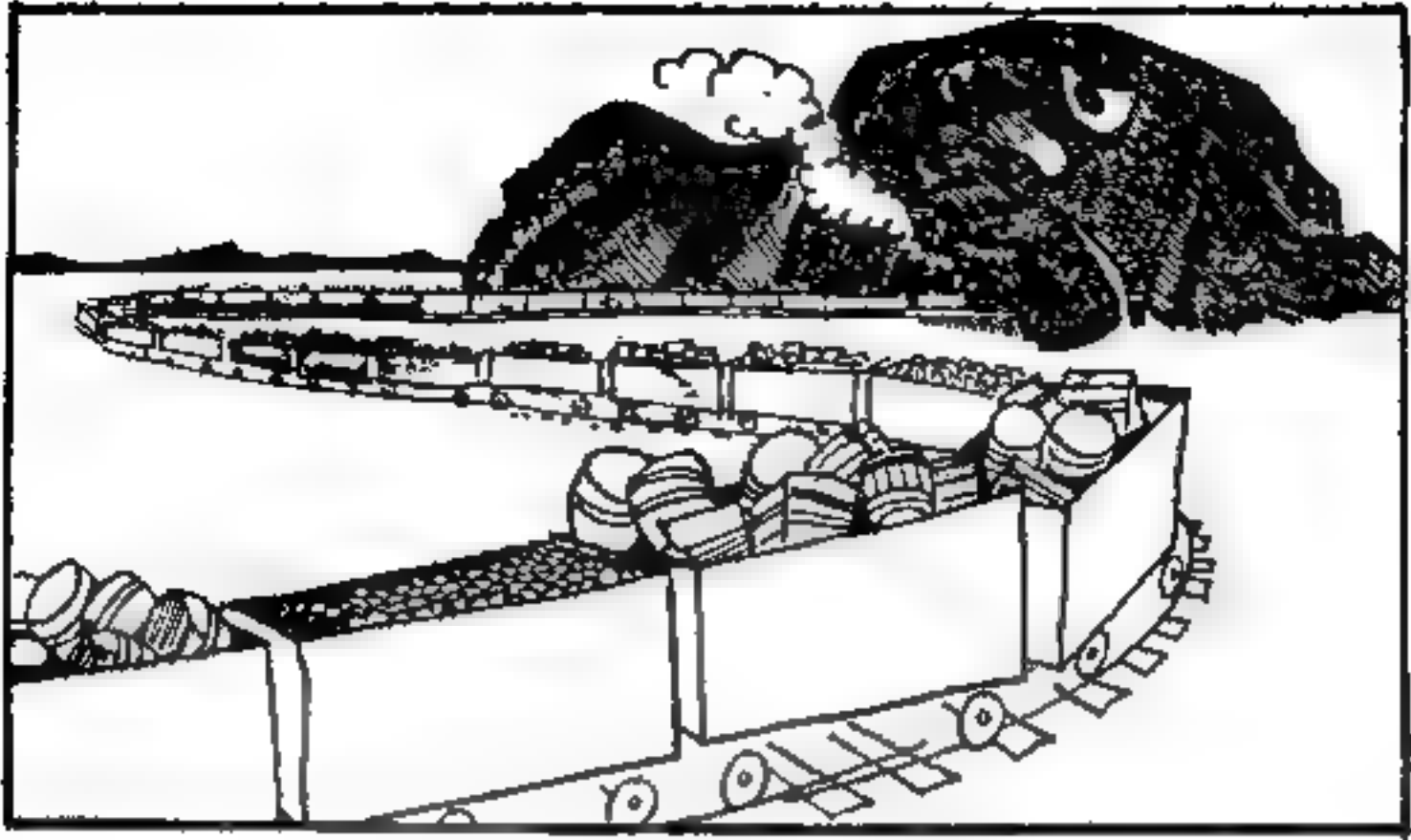
اي ١٥ تريليون جسم دموى . اذن ما هي المسافة التي يشغلها هذا الجيش من الدوائر لو وضعتها في صف واحدة وراء الاخرى ؟ ليس من الصعب حساب ، ان طول هذا الصف سيكون ١٠٥٠٠٠ كم . وكان خيط الاجسام الحمراء الموجودة في دمك يمتد لاكثر

من مائة الف كيلومتر . وكان يمكن بواسطتها ان نلف بهذا الخيط الكرة الارضية عند خط الاستواء بمقدار

$$١٠٠٠٠٠ \div ٤٠٠٠٠ = ٢,٥ \text{ مرة}$$

اما خيط الكرات الدموية للانسان البالغ فيلفها بمقدار ثلاث مرات .
فلنبين ما هي قيمة مثل هذه التجزئة للاجسام الدموية بالنسبة لجسمنا . ان عمل هذه الاجسام هو نشر الاوكسجين في كل الجسم . فهي تأخذ الاوكسجين عندما يمر الدم خلال الرئتين وتخرجه عندما يدخل مجرى الدم الى انسجة جسمنا ، الى الاماكن البعيدة عن الرئتين . ان التجزؤ الشديد لهذه الاجسام يساعد على قيامها بوظائفها لانه كلما كانت ادق ، وعددها كبيرا ، كلما كان سطحها اكبر . وتستطيع الاجسام الدموية ان تمتص وتخرج الاوكسجين عن طريق سطحها فقط . ويبين الحساب ان السطح الكلى للاجسام الدموية يفوق في كثير من المرات سطح الجسم البشري ويساوى ١٢٠٠ م^٢ . وتساوى هذه المساحة مساحة حديقة طولها ٤٠ م وعرضها ٣٠ م . والآن انت تفهم كم هو هام له حياة الجسم ان تكون الاجسام الدموية مجزأة وبهذه الكثرة : فهي تستطيع ان تمتص وتخرج الاوكسجين الى السطح الذي هو اكبر بالاف مرة من سطح جسمنا .

وينبغي ان نسمى عملاقا عدديا بحق ذلك العدد المهيّب الذي تحصل عليه لو انك حسبت كمية الطعام التي يتناولها الانسان



شكل ٦١ . كم يأكل الانسان خلال حياته

خلال ٧٠ سنة من متوسط العمر . ولاحتجنا الى قطار سكة حديد كامل لنقل تلك الاطنان من الماء والخبز ولحم البقر والطيور والاسماك والبطاطس والخضراوات الاخرى ، وآلاف البيضات ، وآلاف اللترات من اللبن .. الخ التى يتناولها الانسان خلال عمره . ويعطى الشكل ٦١ صورة واضحة عن هذا المجموع الكبير غير المتوقع الذى هو اكبر بكثير من الف مرة من وزن جسم الانسان . عندما تراه فانك لا تصدق ان الانسان يمكن ان يقارع هذا العملاق ، بمعنى ان يتلع بكل معنى الكلمة ، صحيح انه ليس فى مرة واحدة - حمولة قطار بضائع طويل .

بدون مسطرة قياس

٦٩ - قياس الطريق بالخطوات . لا تتوفر مسطرة القياس او شريط القياس دائما ، في تناول اليد . ومن المفيد ان نستطيع العمل بدونهما باى طريقة باجراء حتى ولو القياس التقريبي .

ومن الاسهل قياس المسافات القصيرة او الطويلة ، خلال الرحلات مثلا ، بواسطة الخطوات . من اجل ذلك يلزم معرفة طول خطوتك وان تعرف كيف تعد الخطوات . وهى ليست دائما متساوية بالطبع ، نستطيع ان نعمل خطوات قصيرة او عند الرغبة فيمكن ان نخطو خطوات واسعة . ولكن نحن نقوم بخطوات متساوية الطول تقريبا عند السير العادى واذا ما عرفنا طولها المتوسط . عندئذ يمكن قياس المسافات بالخطوات بدون خطأ كبير .

ولكى نعرف طول خطوتنا المتوسطة يلزم قياس طول خطوات كثيرة ومن هنا نحسب طول الخطوة الواحدة . عندئذ ، لاشك انه لا يمكن التصرف بدون شريط او سلك القياس .

مد الشريط على مكان مسطح وقس مسافة طولها ٢٠ م . ارسم هذا المستقيم على الارض وارفع الشريط . والآن سر على هذا الخط بخطوة اعتيادية وعد عدد الخطوات التى قمت بها . من الممكن ان لا نحصل على عدد من الخطوات الكاملة على المسافة المقاسة . عندئذ ، اذا كان الباقي اقصر من طول نصف خطوة فيمكن حذفه ببساطة ، اما اذا كان اطول من نصف الخطوة فان الباقي يحسب كخطوة كاملة . بقسمة الطول الكلى ٢٠ م على عدد الخطوات نحصل على طول الخطوة الواحدة . يجب تذكر هذا العدد لكى تستخدمه عندما يلزم القياس بالخطوات . ولكى لا نخطأ عند عد الخطوات فيمكن — وخاصة على المسافات الطويلة — ان نقوم بالحساب بالطريقة الآتية : يحسب عدد الخطوات حتى ١٠ فقط ، وبالعَد الى هذا العدد يثنى اصبع من اصابع اليد اليسرى . وعند ما تثنى جميع اصابع اليد اليسرى ، اى بمرور ٥٠ خطوة ، يثنى اصبع من اصابع اليد اليمنى . ويمكن القيام بهذه الطريقة العد الى ٢٥٠ ، ثم تبدأ من جديد مع تذكر كم مرة ثنيت كل اصابع اليد اليمنى . وعلى سبيل المثال ، اذا ثنيت جميع اصابع اليد اليمنى مرتين بالمرور على مسافة معينة وفى نهاية الطريق كان قد ثنيت على اليد اليمنى ثلاثة اصابع وعلى اليد اليسرى اربع اصابع ، فان عدد الخطوات التى قمت بها يبلغ :

$$٦٩٠ - ١٠ \times ٤ + ٥٠ \times ٣ + ٢٥٠ \times ٢$$

يجب ان تضاف هنا عدة خطوات اخرى ، وهى التى قمت بها بعد ثنى الاصبع الرابع من اليد اليسرى .
ولنذكر بالمناسبة القاعدة القديمة التالية : ان طول الخطوة المتوسطة للانسان البالغ يساوى نصف المسافة ما بين عينيه واخمصى قدميه .

وهناك قاعدة عملية قديمة تنسب الى سرعة السير : يسير الانسان فى الساعة عددا من الكيلومترات مساويا لعدد الخطوات التى يخطوها فى ٣ ثوان . ومن السهل تبين ان هذه القاعدة صحيحة فقط لطول معين للخطوة ، زد على ذلك ايضا انها صحيحة للخطوة الكبيرة جدا . وفعلا : افرض ان طول الخطوة س من الامتار ، وان عدد الخطوات فى ٣ ثوان يساوى ن . عندئذ يسير الرجل فى ٣ ثوان ن س مترا ، وفى الساعة (٣٦٠٠ ثانية) ن س مترا او ١,٢ ن س كيلومترا . ولكى يساوى هذا الطريق عدد الخطوات التى تتم فى ٣ ثوان ، يلزم ان تتحقق المتساوية ١,٢ ن س = ن او ١,٢ س = ١ ، من هنا تكون

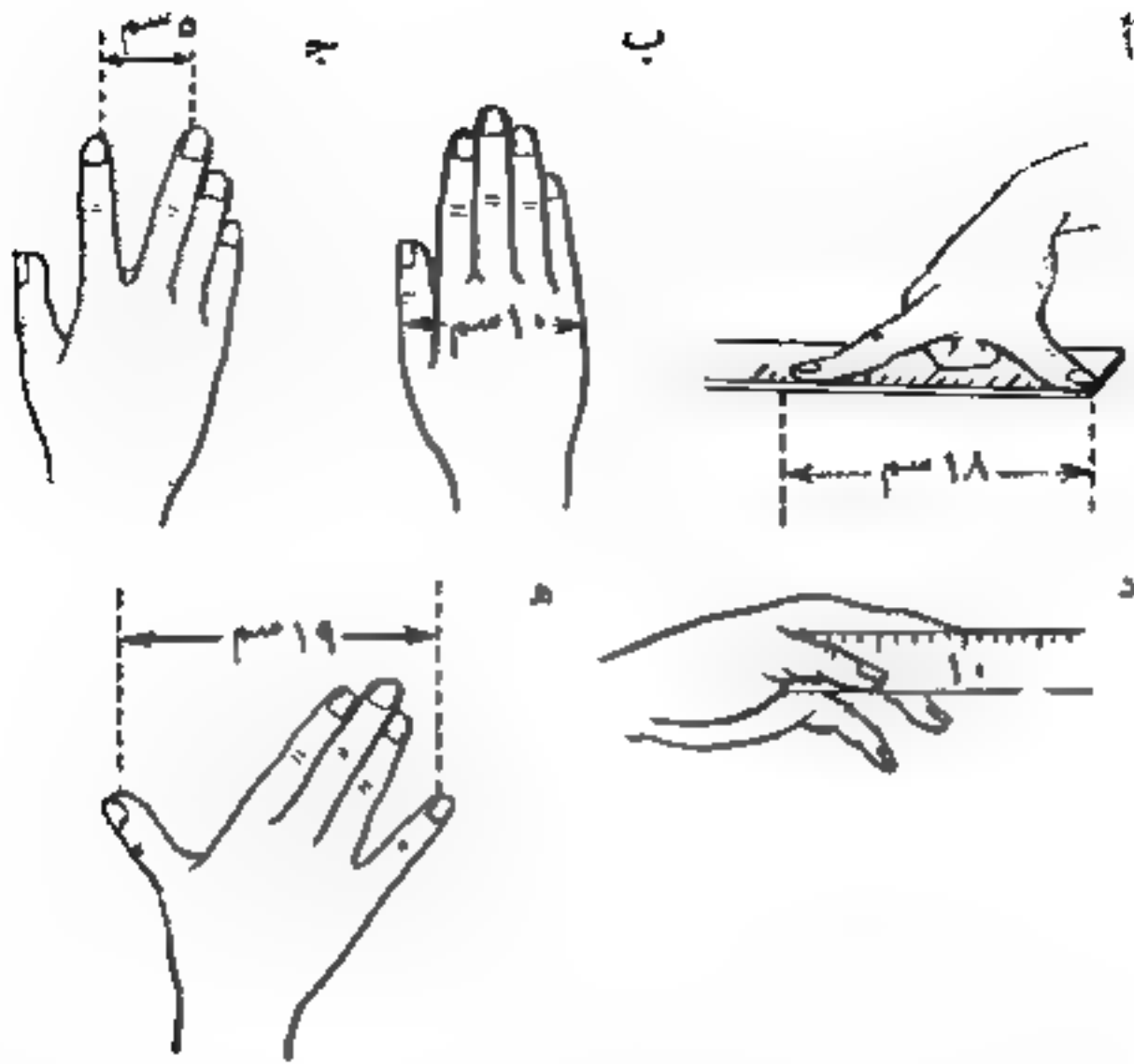
$$س = ٠,٨٣ \text{ متر}$$

لو ان القاعدة السابقة عن علاقة طول الخطوة بطول الانسان صحيحة ، فان القاعدة الثانية ، التى نظرناها الآن تكون صحيحة فقط لأولئك الناس الذين يكون متوسط طولهم — حوالى ١٧٥ سم .

٧٠ - المقياس الحى . لقياس الاشياء ذات الحجم المتوسط مع عدم وجود مسطرة قياس او شريط قياس يمكن ان تفعل الآتى :
يلزم مد حبل او لوحة من الخشب من طرف اليد الممدودة وحتى الكتف المقابل - ويبلغ هذا الطول عند الانسان البالغ حوالى المتر .
والطريقة الاخرى للحصول على طول المتر التقريبى هى ان نضع على مستقيم ٦ « ارباع » اى ٦ مسافات ما بين نهايتى الاصبع الاكبر والسبابة بمدهما باعرض ما يمكن (شكل ٦٢ ، أ) .

والارشاد الاخير يدخلنا الى فن القياس « بالايدي المجردة » :
ويتطلب ذلك فقط قياس كف يدك مقدما وان تتذكر نتائج القياسات جيدا .

ما الذى يجب قياسه بكف يدك ؟ قبل اى شىء يلزم قياس عرض الكف كما هو مبين على الشكل ٦٢ ، ب . وهو يساوى عند الانسان البالغ ١٠ سم تقريبا ، وقد يكون عندك اقل ولا بد ان تعرف اقل بكم . ثم يلزم قياس المسافة ما بين نهايتى الاصبعين الاوسط والسبابة عند وضعهما باوسع قدر ممكن (شكل ٦٢ ، ج) . ثم من المفيد معرفة طول السبابة بحسابها من قاعدة الاصبع الاكبر كما هو مبين على الشكل ٦٢ ، د . وفى النهاية ، قس المسافة ما بين نهايتى الاصبع الاكبر والخنصر عند وضعهما ابعد ما يمكن عن بعضهما كما هو على الشكل ٦٢ ، هـ .



شكل ٦٢ . ما الذي يجب قياسه بيدك كي يمكن بعد ذلك عدم استخدام شريط لقياس

باستخدام هذه « المقاييس الحية » تستطيع ان تقوم بالقياس التقريبي للأشياء الصغيرة .

٧١ - القياس بواسطة القطع النقدية . تستطيع القطع النقدية

النحاسية (البرونزية) ان تقوم بواجب نافع . ولا يعرف الكثيرون ان قطر القطعة النقدية من فئة الكوبيك تساوى بدقة $1\frac{1}{4}$ سم ، وقطر القطعة من فئة الخمسة كوبيكات $2\frac{1}{4}$ سم بحيث انه بوضع القطعتين بجانب بعضهما نحصل على ٤ سم (شكل ٦٣) . هذا



شكل ٦٣ . قطعة نقدية من فئة الخمسة كوبيكات وقطعة نقدية من فئة الكوبيك الواحد موضوعتان بجانب بعضهما تكونان ٤ سم

يعنى انه لو كان لديك عدة قطع نحاسية ، فستستطيع بدقة كافية ان تحدد الاطوال الآتية :

الكوبيك	١	$\frac{1}{4}$	سم
الخمس كوبيكات	٢	$\frac{1}{4}$	سم
قطعتان من فئة الكوبيك	٣		سم
خمس كوبيكات وكوبيك واحد	٤		سم
قطعتان من فئة الخمس كوبيكات	٥		سم
.. الخ			

وبطرح عرض القطعة النحاسية من فئة الكوبيك الواحد من عرض القطعة من فئة الخمسة كوبيكات نحصل على ١ سم بالضبط .
 اذا لم يوجد لديك لا خمسة كوبيكات ولا كوبيك واحد ،
 وكانت معك قطعة نحاسية من فئة الكوبيكين او الثلاثة كوبيكات ،
 فانهما يمكن الى درجة معلومة ان يساعدك ، اذا ما تذكرت جيدا ،
 ان طول قطري القطعتين عند وضعهما بجانب بعضهما يساوى ٤
 سم (شكل ٦٤) . بثني الشريط الورقي الذي يبلغ طوله ٤ سنتيمترات
 بالنصف ثم بثنيه مرة اخرى بالنصف ، نحصل على مقياس من
 ٤ سم * .

وانت ترى انه عندما يتوفر لدى الانسان الاستعداد والفتنة فانه
 يستطيع ، حتى بدون مسطرة القياس ، ان يقوم بقياسات تفيد في
 الحياة العملية .

ومن المفيد بهذا الصدد ان نضيف الى ذلك ايضا ان قطعنا
 النقدية النحاسية (البرونزية) يمكن ان تخدم عند الضرورة لا
 كمقياس فقط ولكن تفيد ايضا عند الحاجة كثقل موازن لقياس
 الاحمال . ان القطع النقدية النحاسية الجديدة غير المسوحة

* ان قطر القطعة النقدية من فئة ١٥ كوبيكا يساوى ٢ سم تقريبا ،
 وتقريبا فقط لان القطر الحقيقي لهذه القطعة النقدية ١٩,٥٦ مم . اما ابعاد القطع
 لنقدية النحاسية المذكورة اعلاه الحديثة الصك ، فهي صحيحة بدقة . ومن يكون
 لديه فرجار مثبه يمكن ان يتأكد من ذلك .

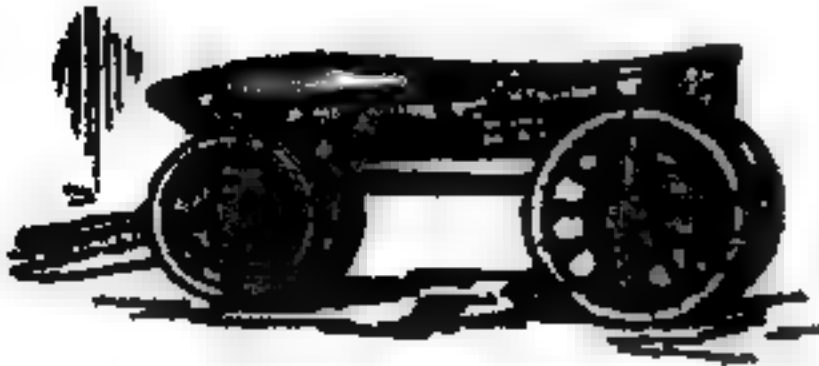


شكل ٦٤ . قطعة نقدية من فئة الثلاث كوبيكات وقطعة نقدية من فئة الكوبيكين موضوعتان بجانب بعضهما تكونان ٤ سم

الحديثة الصك تزن من الجرامات بقدر ما هو مكتوب عليها من الكوبيكات : فالقطعة النقدية من فئة الكوبيك الواحد - تزن جرام واحد ومن فئة الكوبيكين - جرامين .. الخ . اما وزن القطع النقدية المستعملة فتقل عن تلك المعايير قليلا . وبما انه في الحياة اليومية غالبا لا تكون تحت يدنا مجموعة اوزان صغيرة من ١ - ١٠ جم فان معرفة العلاقات المبينة اعلاه يمكن ان تفيد جدا .

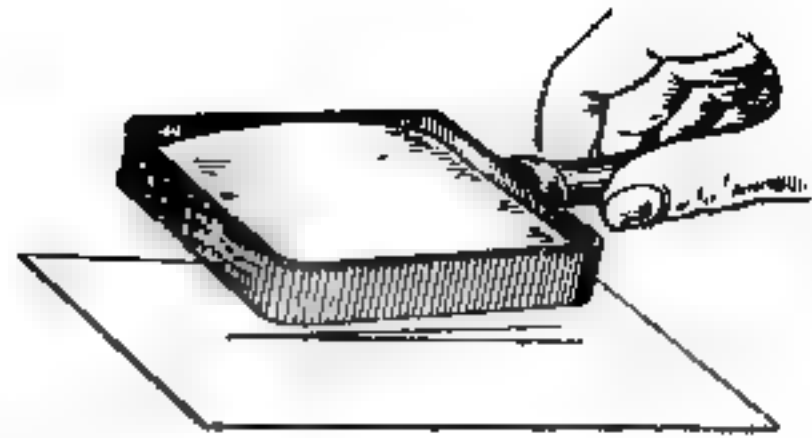
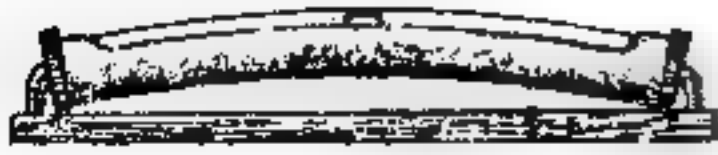
الغاز هندسية

لا يتطلب حل الغاز الواردة في هذا الباب معرفة مقرر الهندسة بأكمله . ويستطيع ان يحلها من له المام بمجموعة متواضعة من المعلومات الهندسية الأولية فقط . ان المسائل المطروحة هنا ستساعد القارئ على ان يتأكد هل هو حقاً يعرف تلك المعلومات الهندسية التي يعتقد انه قد استوعبها . ولا تكون المعرفة الحقيقية للهندسة في مهارة سرد خصائص الاشكال فقط وانما في فن استخدامها ايضا عمليا لحل المهام الواقعية . فما فائدة البندقية لانسان لا يعرف اطلاق النار ؟



شكل ٦٥ . لماذا يتآكل المحور
الامامي اكثر من الخلفي ؟

فلندع القارئ يراجع
كم اصابة دقيقة يستطيع
ان يصيبها من ٢٤ طلقة
على اهداف هندسية .
٧٢ - عربة النقل .
لماذا يتآكل المحور



شكل ٦٧ . المقياس النحوى

شكل ٦٦ . ما مقدار الزاوية ؟

الامامى لعربة النقل اكثر ويحترق اكثر من المحور الخلفى ؟
 ٧٣- فى عدسة التكبير . ينظر من خلال عدسة تكبير تكبير
 بمقدار ٤ مرات الى زاوية مقدارها 1° . باى مقدار ستظهر الزاوية
 (شكل ٦٦) ؟

٧٤- المستوى النجارى « المقياس المائى » : تعرفون بالطبع
 المستوى النجارى ذى الفقاعة الغازية (شكل ٦٧) التى تبتعد جانبا
 عن العلامة عندما تميل قاعدة المستوى . وكلما كان هذا الميل
 اكبر ، كلما تحركت الفقاعة اكثر بعيدا عن العلامة التى فى
 المنتصف . وسبب تحرك الفقاعة هو لكونها اخف من السائل الذى
 توجد فيه فتطفو الى اعلى . ولكن اذا كانت الانبوبة مستقيمة فان
 الفقاعة تبتعد بسرعة الى نهاية الانبوبة عند اقل ميل ، اى الى اعلى
 جزء منها . ومن السهل تفهم ان مثل هذا المقياس لا يكون مناسباً

عمليا . ولذلك تصنع انبوبة المقياس مقوسة كما هو مبين على الشكل ٦٧ . وعند الوضع الافقى لقاعدة مثل هذا المقياس تأخذ الفقاعة اعلى نقطة فى الانبوبة والتي توجد عند منتصفها ، واذا مال المستوى فان اعلى نقطة فى الانبوبة تصبح احدى النقط المجاورة وليس نقطة الوسط وتتحرك الفقاعة عن العلامة الى مكان آخر فى الانبوبة .

والمطلوب هنا هو ان تحدد كم من المليمترات ستبتعد الفقاعة جانبا عن العلامة اذا كان المقياس قد اميل بمقدار نصف درجة ، مع العلم ان نصف قطر قوس انحناء الانبوبة يساوى مترا واحدا .
٧٥- عدد السطوح . قد يبدو هذا السؤال للكثيرين ساذجا

جدا او على العكس يبدو مفرطا فى الذكاء :

كم عدد سطوح القلم ذى الستة سطوح ؟

قبل ان تنظر الى الحل ، فكر مليا فى المسألة .

٧٦- الهلال . المطلوب تقسيم شكل الهلال (شكل ٦٨)

الى ٦ اجزاء بـ ٦ خطين مستقيمين فقط .

كيف تفعل ذلك ؟

٧٧- من ١٢ عود كبريت . يمكن من ١٢ عود كبريت

تكوين شكل الصليب (شكل ٦٩) ، بحيث تساوى مساحته خمسة مربعات « من اعواد الكبريت » .

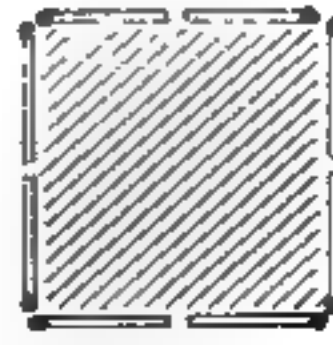
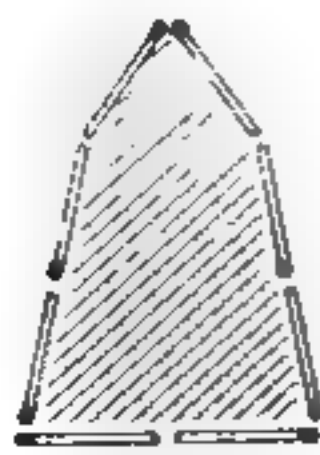


شكل ٦٩ . صليب من ١٢ عود كبريت

شكل ٦٨ . الهلال

غير وضع اعواد الكبريت بحيث يشمل محيط الشكل مساحة تساوى ٤ مربعات « من اعواد الكبريت » فقط .
لا يجوز استعمال اجهزة القياس عند حل المسألة .

٧٨ - من ٨ اعواد كبريت . يمكن تكوين اشكال مقفلة مختلفة من ٨ اعواد كبريت بعضها مبين على الشكل ٧٠ . وبالطبع



شكل ٧٠ . كيف يمكن من ٨ اعواد كبريت صنع شكل فى اكبر مساحة ممكنة؟



فان مساحاتها مختلفة . والمطلوب
تكوين شكل من ٨ اعواد كبريت
يحيط باكبر سطح .

٧٩- طريق الذبابة . تظهر على

السطح الداخلى لوعاء زجاجى اسطوانى
قطرة عسل تبعد بمسافة ثلاثة سنتيمترات
عن الحافة العليا للاناء . ووقفت ذبابة
فى نقطة على السطح الخارجى فى
الطرف المقابل (شكل ٧١) .

شكل ٧١ . بين للذبابة
الطريق الى قطرة العسل

بين للذبابة اقصر طريق للوصول
الى قطرة العسل .

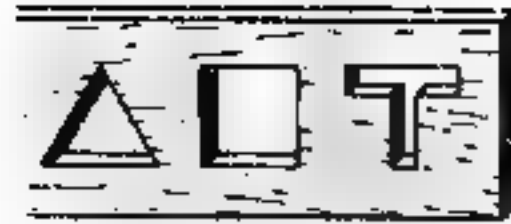
علما بان ارتفاع الوعاء ٢٠ سم وقطره ١٠ سم .
لا تفترض ان الذبابة نفسها ستجد اقصر طريق وبهذا تسهل
عليك حل المسألة : فان ذلك يتطلب ان تمتلك معارف هندسية
شاملة لا تتحملها رأس الذبابة .

٨٠- ايجاد السدادة . امامك قطعة من الخشب (شكل ٧٢)

ذات ثلاث فتحات : مربعة ، ومثلثة ، ودائرية . هل يمكن ان
توجد سدادة واحدة لغلق كل هذه الفتحات ؟

٨١- السدادة الثانية . اذا تمكنت من حل المسألة السابقة ،

فقد يجوز ان تستطيع ايجاد السدادة لمثل تلك الفتحات المبينة
على الشكل ٧٣ ؟



شكل ٧٤ . هل يمكن
عمل سداة واحدة
لهذه لفتحات لثلاث ؟

شكل ٧٣ . هل توجد
سداة واحدة لهذه
الفتحات ؟

شكل ٧٢ . اوجد
سداة واحدة لهذه
الفتحات لثلاث

٨٢- السداة الثالثة . واخيرا اليك مسألة اخرى من نفس
النوع : هل توجد سداة واحدة لكل الفتحات الثلاث المبينة
على الشكل ٧٤ ؟

٨٣- امرار القطعة النقدية من فئة الخمسة كوبيكات . خذ
قطعتى نقود حديثة الصك : من فئة ٥ كوبيكات وكوبيكين .
ارسم على قطعة ورق دائرة تساوى بدقة محيط القطعة النقدية من
فئة الكوبيكين ، واقطع هذه الدائرة بعناية .
كيف تعتقد : هل ستمر القطعة النقدية من فئة خمسة كوبيكات
خلال هذه الفتحة ؟

لا مجال للخداع هذا : فالمسألة هندسية حقيقية .

٨٤- ارتفاع البرج . يوجد فى بلدتك ومن معالمها - برج
مرتفع ، ولكنك لا تعرف ارتفاعه . وتوجد لديك صورة فوتوغرافية
للبرج على كارت بريدى . كيف يمكن ان تساعدك هذه الصورة
على معرفة ارتفاع البرج ؟



شكل ٧٥ . هل المثلثان الداخلي والخارجي متشابهان ؟
 شكل ٧٦ . هل يشابه الشكل الرباعي الخارجى الشكل الرباعى الداخلى ؟

٨٥ - الاشكال المتشابهة . هذه المسألة مخصصة لمن يعرف فيم يتركز التشابه الهندسى . مطلوب الاجابة على السؤالين الآتيين :
 (١) هل يتشابه فى شكل مثلث الرسم الهندسى (شكل ٧٥) المثلثان الخارجى والداخلى ؟
 (٢) هل يتشابه فى شكل الاطار (شكل ٧٦) المستطيلان الداخلى والخارجى ؟

٨٦ - ظل السلك . الى اى بعد يمتد فى الفراغ الظل الكامل لسلك التلغراف الذى يبلغ قطره ٤ مم فى اليوم المشمس ؟
 ٨٧ - قالب الطوب . يزن قالب طوب البناء ٤ كجم . كم يزن قالب الطوب الخاص باللعب المصنوع من نفس المادة ولكن مقاييسه اصغر ؛ ٤ مرات ؟

٨٨- العملاق والقزم . بكم مرة تقريبا يكون العملاق الذى طوله ٢ م اقل من قزم طوله ١ م ؟

٨٩- بطيختان . تباع فى السوق الريفى بطيختان باحجام مختلفة . احدهما اعرض من الثانية بمقدار الربع واغلى منها بمرة ونصف . ايهما شراؤها اربح ؟

٩٠- شمامتان . تباع شمامتان من نوع واحد . محيط الاولى ٦٠ سم ومحيط الثانية ٥٠ سم . الاولى اغلى من الثانية بمرة ونصف . اى شمامة من الاربح شراؤها ؟

٩١- الكرزة . يحيط القسم الناعم من ثمرة الكرزة بالنواة بطبقة سمكها يساوى سمك النواة . بافتراض ان للكرزة وللنواة شكلا كرويا ، هل تستطيع ان تتصور فى ذهنك بكم مرة يكون حجم الجزء الغض من الكرزة اكبر من حجم النواة ؟

٩٢- نموذج برج ايفل . ارتفاع برج ايفل فى باريس ٣٠٠ م وبني باكماله من الحديد الذى استخدم منه فى البناء حوالى ٨٠٠٠٠٠٠ كجم . اود ان اطلب عمل نموذج للبرج المشهور يبلغ وزنه ١ كجم فقط .

كم سيكون ارتفاع النموذج ؟ اعلى من القدرح ام اقل ؟
٩٣- وعاءان . يوجد وعاءان من النحاس لهما شكل واحد وسمك جدارهما واحد . الاول يسع اكثر من الثانى بـ ٨ مرات . بكم مرة يكون الوعاء الاول اقل من الثانى ؟

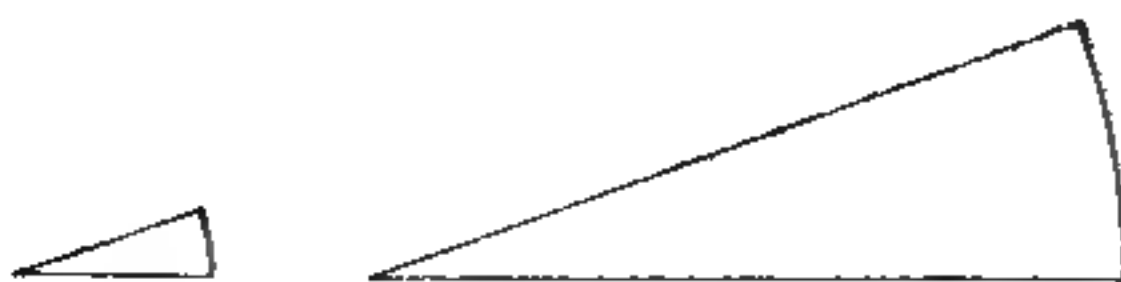
٩٤ - في الصقيع . يقف انسان بالغ وطفل في الصقيع ،
والاثنان في ملابس واحدة .
لأى منهم يكون الجو ابرد ؟

حل الالغاز ٧٢ - ٩٤

٧٢ - يبدو من اول نظرة ان هذه المسألة لا علاقة لها البته
بعلم الهندسة . ولكن في هذا بالذات يكمن اتقان معرفة هذا
العلم ، بغية القدرة على ان تكتشف الاساس الهندسى للمسألة ،
الذى يختفى وراء التفاصيل الجانبية . وسألتنا في جوهرها هندسية
بدون شك ولا يمكن حلها بدون معرفة الهندسة .

والآن ، لم يتأكل المحور الامامى اكثر من المحور الخلفى ؟
معروف للجميع ان العجلات الامامية اصغر من العجلات الخلفية .
وفى نفس المسافة تدور الدائرة الصغرى عددا اكبر من الدورات
ويكون محيط الدائرة الصغيرة اصغر ، بذلك فهي تدور عددا
اكبر من الدورات على نفس المسافة . ومفهوم الآن انه فى كل
الرحلات التى تقوم بها العربة تدور العجلات الامامية عددا من
الدورات اكبر من التى تدورها العجلات الخلفية . وبالطبع
فان العدد الاكبر من الدورات يجعل المحور الامامى يتأكل اسرع .

٧٣ - لو افترضت ان مقدار الزاوية يبدو من خلال العدسة
هو $\frac{1}{4} \times 4 - 6^\circ$ ، فانك بهذا تكون قد اخطأت . لان مقدار



شكل ٧٧

الزاوية لا يكبر عند النظر اليها من خلال العدسة . صحيح ان طول القوس الذى يصنع الزاوية سيكبر بلا جدال - ولكن سيكبر بنفس المقدار نصف قطر هذا القوس بحيث ان مقدار الزاوية المركزية يظل بلا تغيير . وشكل ٧٧ يوضح ما ذكرناه .

٧٤- انظر الى الشكل ٧٨ حيث م ا د هو الوضع الابتدائى لقوس مقياس المستوى . أن م' ب د' هو وضعه الجديد بحيث ان الوتر م' د' يكون مع الوتر م د زاوية مقدارها $\frac{1}{4}^\circ$. ويختار كل من وضعى المقياس بحيث تبقى الفقاعة التى كانت فى نقطة ا فى نفس هذه النقطة ، ولكن انتقل منتصف القوس م د الى ب . المطلوب حساب طول القوس ا ب اذا كان نصف قطره يساوى ١ م ، اما قيمة القوس بمقياس الزوايا فهى $\frac{1}{4}^\circ$ (ينجم هذا من مساواة الزوايا الحادة ذات الجوانب القائمة) .

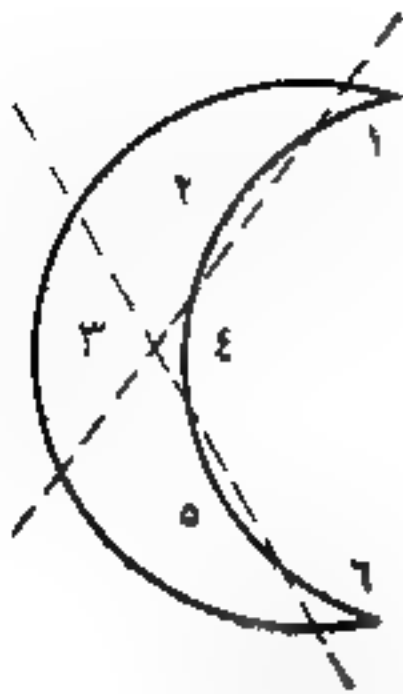
الحساب بسيط . فطول الدائرة الكاملة التى يبلغ نصف قطرها

١ م (١٠٠٠ مم) يساوى $2 \times 3,14 \times 1000 = 6280$ مم . بما

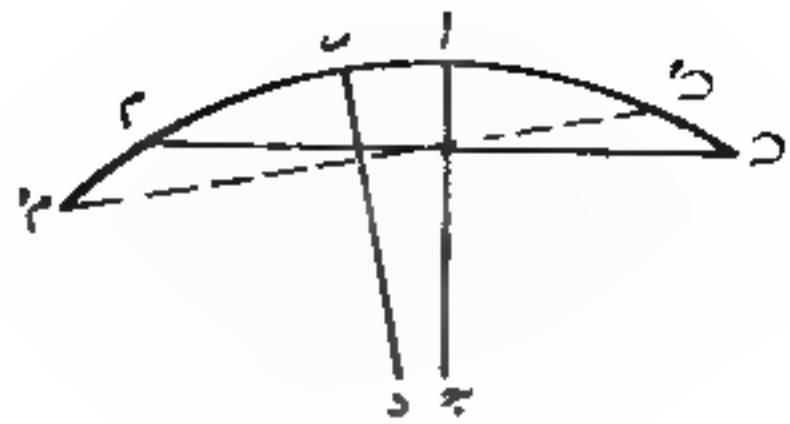
انه يوجد في الدائرة 360° او 720 من انصاف الدرجات ، فان طول نصف درجة واحدة يتحدد بالقسمة :

$$720 \div 6280 = 8,7 \text{ مم}$$

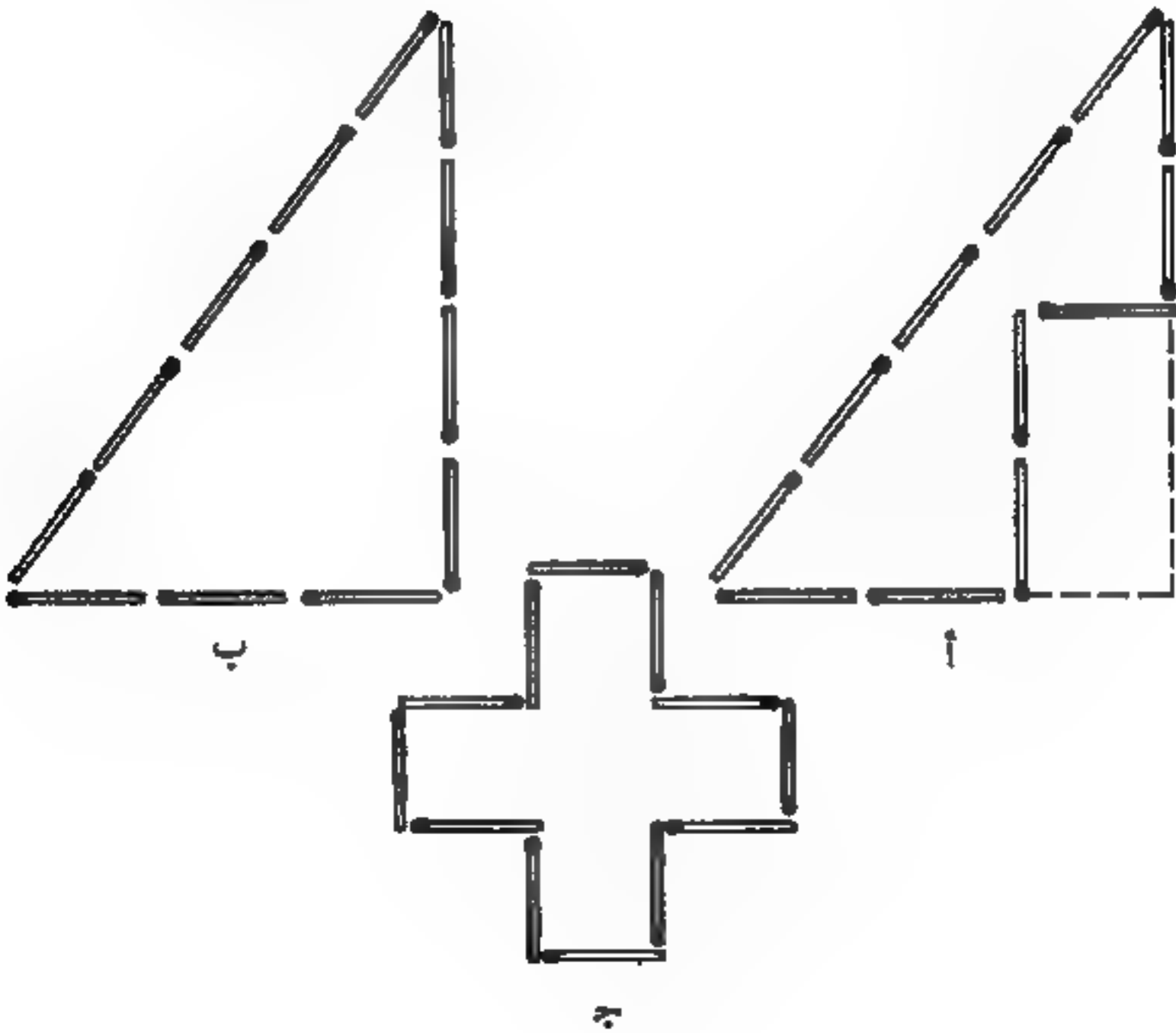
وتتحرك الفقاعة جانبا عن العلامة بمقدار يقرب من 9 مم
اي بمقدار 1 سم تقريبا . من السهل رؤية انه كلما كان نصف
قطر انحناء الانبوبة اكبر كلما كان المقياس اكثر حساسية .
٧٥ - المسألة ليست فكاهة ابدا ، ولكنها تخفى خطأ استخدام
الكلمات . فان القلم السداسي السطوح ليس له 6 سطوح كما قد
يعتقد الكثيرون . ويبلغ مجموع سطوحه ثمانية - حتى عندما يكون
غير مبرى - هي ستة سطوح جانبية وبلاضافة الى ذلك سطحان
صغيران « لمقطعيه العرضيين » . لو كان هناك حقيقة 6 سطوح
لكان شكله مختلفا تماما - اي بشكل هندسي ذي جوانب مربعة .
عادة ان حساب الاسطح الجانبية للموشور فقط مع نسيان
قاعدتيه منتشرة جدا . ويقول الكثيرون هذا موشور ثلاثي السطوح
او موشور رباعي السطوح .. الخ . في الوقت الذي يلزم تسمية
هذه المواشير بثلاثية الزاوية ، رباعية الزاوية .. الخ - تبعا لشكل
القاعدة . وليس هناك البتة وجود مواشير ثلاثية السطوح .
ولذلك فمن الصواب تسمية القلم المذكور في المسألة لا بالسداسي
السطوح ولكن سداسي الاضلاع .



شکل ۷۹



شکل ۷۸



شکل ۸۰

٧٦- يجب ان تفعل كما هو مبين على الشكل ٧٩ . فنحصل

على ٦ اجزاء وقد رقت للتوضيح .

٧٧- يجب وضع اعواد الكبريت كما هو مبين على الشكل

٨٠ ، أ . ومساحة هذا الشكل تساوي ربع مساحة المربع « من

اعواد الكبريت » . كيف يمكن ان نتأكد من ذلك ؟ فلنكمل

الشكل في الخيال الى شكل المثلث . نحصل على مثلث قائم الزاوية

قاعدته ٣ اعواد وارتفاعه ٤ اعواد * . مساحة هذا المثلث تساوي

نصف حاصل ضرب القاعدة في الارتفاع : $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

مربعات يساوي طول ضلعها عودا واحدا (شكل ٨٠ ، ب) . ولكن

من الواضح ان مساحة الشكل اقل من مساحة المثلث بمربعين اثنين

« من اعواد الكبريت » وتساوي بالتالي ٤ مربعات مثل هذه المربعات .

٧٨- يمكن اثبات انه من بين كل

الاشكال ذات المحيط المتساوي الطول

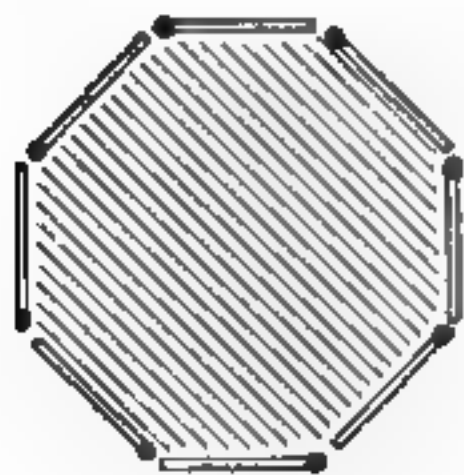
(او كما يقال ذات المحيط الواحد) يكون

للدائرة اكبر سطح . وطبعاً لا يمكن

ان تكون من اعواد الكبريت دائرة ولكن

يمكن صنع شكل من ٨ اعواد كبريت

(شكل ٨١) يشبه اكثر من غيره شكل



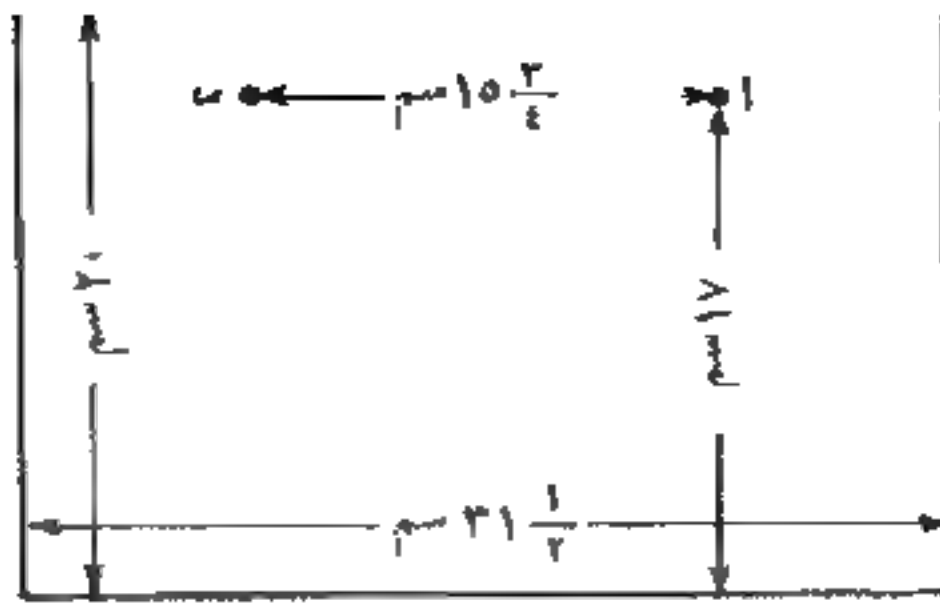
شكل ٨١

* سيفهم القراء الذين يعرفون ما يسمى بـ « نظرية فيثاغورس » ، لماذا نستطيع

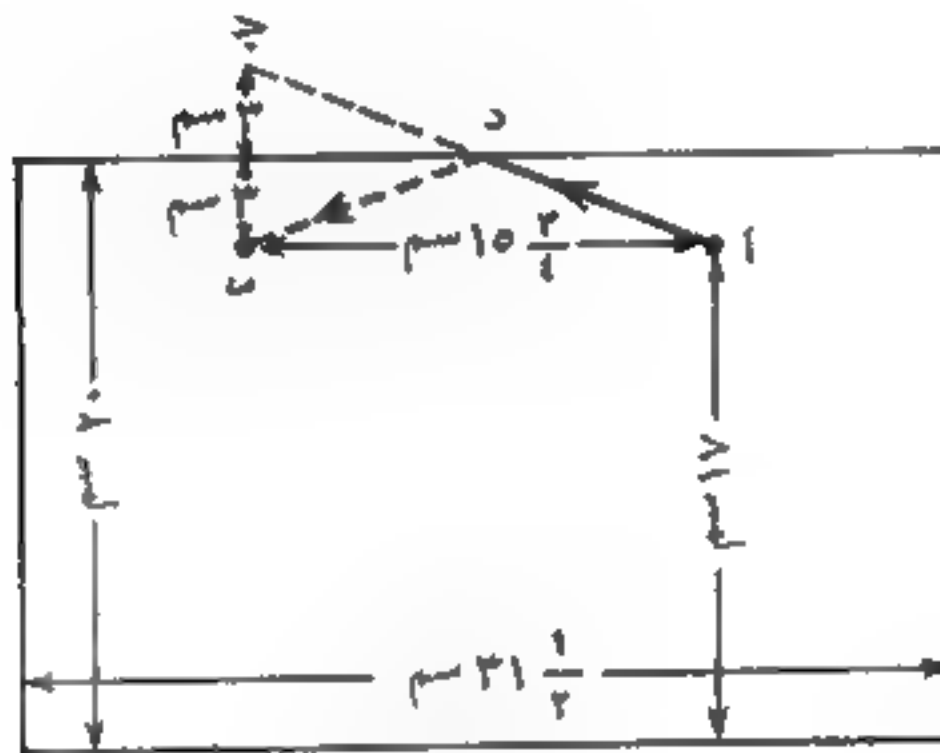
قول بثقة ان المثلث المتكون هنا هو مثلث قائم الزاوية $2^2 + 3^2 = 4^2$.

الدائرة : هو ثماني الاضلاع الصحيح . وثمانى الاضلاع الصحيح هو الشكل الذى يلبي متطلبات مسألتنا : فلهذا الشكل اكبر سطح .

٧٩ - لحل المسألة سنفرد السطح الجانبي للوعاء الاسطوانى الى شكل مسطح فنحصل على مستطيل (شكل ٨٢) ، ارتفاعه ٢٠ سم ، اما قاعدته فتساوى محيط الوعاء اى $10 \times \frac{1}{4} \times 3 = 31 \frac{1}{4}$ سم (الا قليلا) . سنوشر على هذا المستطيل علامات تدل على مكان الذبابة ومكان قطرة العسل . تكون الذبابة فى النقطة ا على بعد ١٧ سم من القاعدة ، وقطرة العسل فى النقطة ب على نفس الارتفاع ، وعلى بعد نصف محيط الوعاء من ا اى على بعد $\frac{3}{4} \times 10$ سم . والآن لايجاد النقطة التى يجب على الذبابة ان تجتاز فيها حافة الوعاء نقوم بالآتى : نمد مستقيما من النقطة ب (شكل ٨٣) يشكل زاوية قائمة مع الحافة العليا للمستطيل ونمده بمسافة متساوية : فنحصل على النقطة ج . نوصل هذه النقطة بخط مستقيم مع ا . ستكون النقطة د النقطة التى لا بد للذبابة ان تجتاز فيها حافة الوعاء الى الناحية الثانية له ، واما الطريق ا د ب فيكون اقصر طريق . بايجاد اقصر الطرق على المستطيل المتكون ، نلفه مرة ثانية على هيئة اسطوانة فنعرف كيف يجب ان تسير الذبابة لكى تصل باسرع وقت ممكن الى قطرة العسل (شكل ٨٤) .



شکل ۸۲



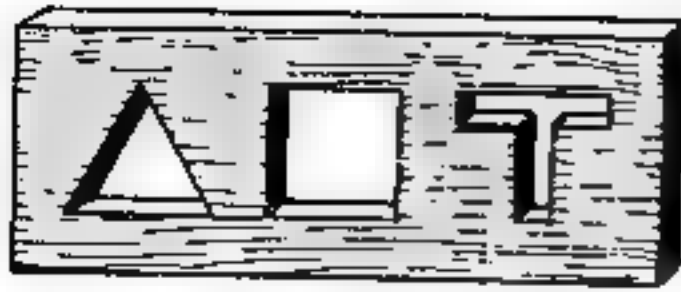
شکل ۸۳



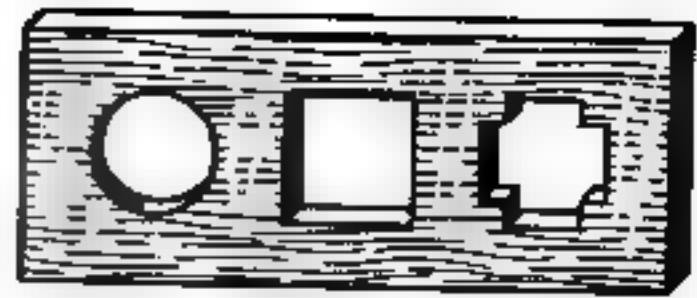
شکل ۸۵



شکل ۸۴



شكل ٨٧



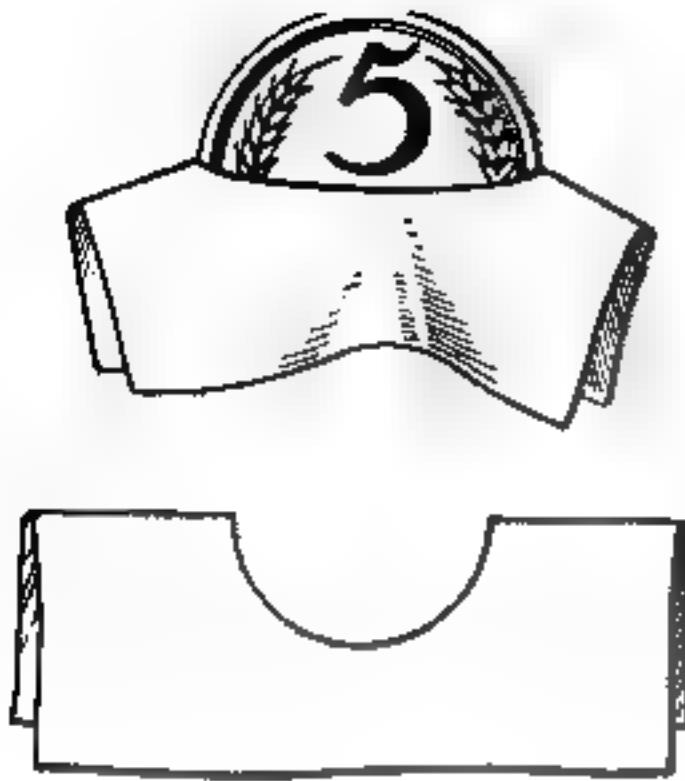
شكل ٨٦

ولا اعرف فيما اذا يختار الذباب في مثل هذه الاحوال هذا الطريق . ربما ان الذبابة تقوم اعتمادا على حاسة الشم بالسير في اقصر طريق ولكن هذا الاحتمال ضئيل اذ ان حاسة الشم لدى الذبابة ليست دقيقة بما فيه الكفاية لعمل ذلك .

٨٠ - ان السدادة اللازمة في هذه الحالة موجودة ، ولها الشكر المبين على الرسم ٨٥ . من السهل ان نرى ان سدادة واحدة كهذه يمكنها فعلا سد الفتحات المربعة والمثلثة والمستديرة .

٨١ - وتوجد ايضا سدادة للفتحات المبيئة على الشكل ٨٦ المستديرة والمربعة والصلبية الشكل ، وهي ممثلة في الاوضاع الثلاثة ٨٢ - توجد مثل هذه السدادة ايضا : انت تستطيع ان تراه من الجوانب الثلاثة على الشكل ٨٧ .

(ان المسائل التي بحثناها الآن كثيرا ما تقابل الرسامين الهندسيين عندما يلزم تحديد شكل جزء ما من الماكينة بواسطة مساقطها الثلاثة)



شكل ٨٨

٨٣ - مهما بدت غريبة هذه

المسألة ولكن امرار القطعة النقدية من فئة الخمسة كوبيكات خلال هذه الفتحة الصغيرة شيء ممكن . ولكن يلزم فقط ان تعرف كيف تقوم بهذه العملية . يجب ان تطوى الورقة بحيث تتمدد الفتحة المستديرة على شكل شق مستقيم (شكل ٨٨) وتمر خلال هذا الشق

القطعة النقدية من فئة الخمسة كوبيكات .

يساعد الحساب الهندسى على تفهم هذه الخدعة التى تبدو معقدة للوهلة الاولى . ان قطر القطعة النقدية من فئة الكوبيكين هو - ١٨ مم ومحيطها كما هو من السهل حسابه يساوى ٥٦ مم (واكثر) . ومن الواضح انه يجب ان يكون طول الشق المستقيم اقل بمرتين من محيط الفتحة ، وبالتالي يساوى ٢٨ مم ، ولكن عرض القطعة من فئة الخمسة كوبيكات هو ٢٥ مم فقط . وهذا يعنى انها تستطيع ان تمر خلال الفتحة البالغ عرضها ٢٨ مم حتى لو اخذنا فى الاعتبار ان سمكها يساوى (١ ١/٤ مم) .

٨٤ - لتحديد ارتفاع البرج فى الواقع اعتمادا على الصورة

يلزم قبل كل شيء قياس ارتفاع البرج وطول قاعدته فى الصورة

بادق قدر ممكن . فلنفرض ان الارتفاع فى الصورة ٩٥ مم ، وطول القاعدة ١٩ مم . عندئذ تقيس طول قاعدة البرج فى الحقيقة ولنفرض انه كان مساويا ١٤ م .

بعد اجراء ذلك تقول الآتى :

ان صورة البرج والخطوط الاصلية له متشابهة هندسيا . وبالتالي فان صورة الارتفاع ستكون اكبر من صورة القاعدة بعدد مرات كبر ارتفاع البرج فى الحقيقة عن طول القاعدة . العلاقة الاولى تساوى $95 \div 19$ اى ٥ ، من هنا نقول ان ارتفاع البرج اكبر من طول قاعدته بمقدار ٥ مرات وتساوى فى الحقيقة $14 \times 5 = 70$ م . فاذن ارتفاع برج المدينة ٧٠ م .

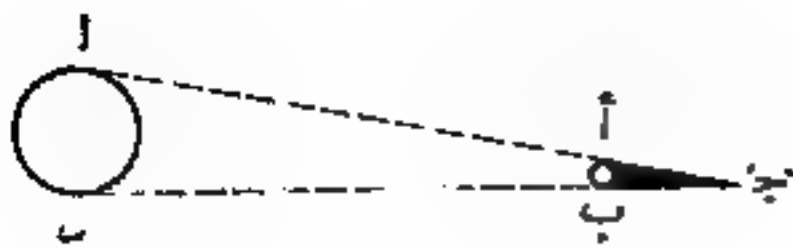
ولكن لا بد وان نلاحظ انه لتحديد الارتفاع من الصورة الفوتوغرافية لا تصلح اى صورة لذلك اذ لا بد وان تكون النسب غير مشوهة فى الصورة المستعملة كما يحدث ذلك لدى المصورين قليلي التجربة .

٨٥- غالبا ما يجاب على السؤالين المطروحين فى المسألة بالايجاب . ولكن فى الحقيقة يكون المثلثان فقط متشابهين . اما المستطيلان الخارجى والداخلى واللذان على شكل اطار فليسا متشابهين عموما . ويكفى لتشابه المثلثات تساوى الزوايا . وبما ان اضلاع المثلث الداخلى توازى اضلاع المثلث الخارجى ، فان هذه الاشكال متشابهة ولكن لتشابه الاشكال عديدة الاضلاع ، لا يكفى تساوى

الزوايا فقط (او - وهو نفس الشيء - توازي الاضلاع بمفرده) بل يلزم كذلك ان تكون اضلاع الاشكال المتعددة الاضلاع متناسبة . وبالنسبة لرباعي الاضلاع الداخلى والخارجى فى شكل الاطار يتحقق ذلك فقط فى حالة المربعات (وعموما - فى حالة المعين) . وفى كل الاحوال الاخرى تكون اضلاع رباعي الاضلاع الخارجى غير متناسبة مع اضلاع رباعي الاضلاع الداخلى ، وبالتالى فان الشكلين غير متشابهين . ويصبح انعدام التشابه واضحا فى الاطارات قائمة الزاوية ذات الجوانب العريضة كما هو مبين على الشكل ٨٩ . فالنسبة بين الاضلاع الخارجية فى الاطار الايسر هي ٢ : ١ ، اما بين الاضلاع الداخلية فهي ٤ : ١ . وفى الاطار الايمن تكون النسبة بين الاضلاع الخارجية ٤ : ٣ ، وبين الاضلاع الداخلية ٢ : ١ .

٨٦ - وسيفاجأ الكثيرون انه عند حل هذه المسألة ستلزم معلومات من علم الفلك : عن المسافة ما بين الارض والشمس ، وعن مقدار قطر الشمس .

ويتحدد طول الظل الكامل الذى يولده السلك فى الفراغ بالرسم الهندسى المبين على الشكل ٩٠ . من السهل رؤية ان الظل اكبر من مقطع السلك بعدد المرات التى تكون فيها المسافة من الارض حتى الشمس (١٥٠٠٠٠٠٠٠ كم) اكبر من مقطع الشمس (١٤٠٠٠٠٠ كم). والعلاقة الاخيرة تساوى بعدد مقرب ، ١١٥ .



شكل ٩٠



شكل ٨٩

وهذا يعنى ان طول الظل الكامل الذى يولده السلك فى الفراغ يساوى

$$١١٥ \times ٤ = ٤٦٠ \text{ مم} = ٤٦ \text{ سم}$$

وتفسر القيمة الصغيرة لطول الظل الكامل بانه لا يكون مرئيا على الارض او على جدران المنازل ، اما الخطوط الخفيفة التى ترى فليست ظلالا ولكن اشباه ظلال .
وقد اوردنا طريقة اخرى لحل مثل هذه المسائل عند بحث اللغز الثامن .

٨٧ - الاجابة بان قالب الطوب الخاص باللعب يزن ١ كجم اى اقل باربع مرات ، تعتبر خطأ فاحشا . اذا ان قالب الطوب الخاص باللعب ليس فقط اقصر باربع مرات من الحقيقى ولكن اضيق ايضا باربع مرات واقل ارتفاعا باربع مرات ايضا ، ولذلك فان حجمه ووزنه اقل بمقدار $٤ \times ٤ \times ٤ = ٦٤$ مرة . وبالتالي فان الاجابة الصحيحة هي :

يزن قالب الطوب الخاص باللعب $٦٤ \div ٤٠٠٠ = ٠,٠١٦ \text{ كجم}$.

٨٨ - انت الآن مهياً لان تحل هذا المسألة حلاً صحيحاً .

بما ان اشكال الجسم البشرى متشابهة تقريبا فعند ما يكون الانسان اطول بمرتين فهو لا يكون ذا حجم مضاعف وانما يكون حجمه اكبر بـ ٨ مرات . وهذا يعنى ان العملاق يزن اكثر من القزم بـ ٨ مرات .

واطول عملاق عرفت مقاييسه كان احد سكان الالزاس . وكان طوله ٢٧٥ سم اى اطول من الطول المتوسط للانسان بـ متر كامل . واصغر قزم كان طوله اقل من ٤٠ سم ، اى كان اقصر من عملاق الالزاس بـ ٧ مرات تقريبا . ولذلك اذا وضعنا على احدى كفتى ميزان عملاق الالزاس فانه يلزم للتوازن وضع $7 \times 7 \times 7 = 343$ قزما اى حشد كامل على الكفة الثانية .

٨٩ - حجم البطيخة الكبرى يزيد على حجم البطيخة الصغرى بمقدار

$$\frac{125}{64} = 1\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{4}$$

اى الضعف تقريبا . هذا يعنى ان من الاربح شراء البطيخة الكبرى فهي اغلى بمرة ونصف فقط ، اما المادة الصالحة للأكل فيها فاكثـر بمرتين .

ولكن لماذا لا يطلب الباعة ثمننا لهذا البطيخ ضعف الثمن عادة وانما اكثر منه بمرة ونصف فقط ؟ يفسر هذا ببساطة بأن الباعة

فى اغلب الاحيان ضعفاء فى الهندسة . وبالمناسبة فان المشترين ايضا ليسوا اقوياء فى الهندسة ، ولهذا نجدهم اغلب الاحيان يمتنعون عن اجراء صفقات رابحة . ويمكن القول بشجاعة ان من الاربح شراء البطيخ الكبير بالمقارنة مع البطيخ الصغير ، ذلك لانه يشمن عادة باقل من ثمنه الحقيقى ، ولكن اغلب المشترين لا يشكون فى ذلك . لنفس السبب يكون شراء البيض الكبير الحجم دائما اربح من شراء البيض الصغير الحجم اذا لم تحدد اسعاره تبعا للوزن .

٩٠ - العلاقة ما بين المحيطات كعلاقة الاقطار . اذا كان محيط شمامة يساوى ٦٠ سم وشمامة اخرى ٥٠ سم فان النسبة ما بين قطريهما هى ٦٠ : ٥٠ = $\frac{6}{5}$ و تكون النسبة ما بين حجميهما هى :

$$1,73 \approx \frac{216}{125} = \left(\frac{6}{5}\right)^3$$

ويكون ثمن الشمامة الكبرى تبعا لحجمها (او لوزنها) اكبر بـ ١,٧٣ مرة بالنسبة الى الشمامة الصغرى او بتعبير آخر اعلى بمقدار ٧٣ % . بينما يطلب ثمنها لها بـ ٥٠ % اكثر فقط . من الجلى انه من الاربح شراؤها .

٩١ - نرى من شروط المسألة ان قطر الكرز اكبر بـ ٣ مرات من قطر النواة . وهذا يعنى ان حجم الكرز اكبر من حجم النواة بـ $3 \times 3 \times 3$ ، اى بـ ٢٧ مرة ، ويبلغ حجم النواة $\frac{1}{27}$ من حجم الكرز

اما حجم الجزء القابل للأكل منها فيساوى $\frac{26}{27}$. وبالتالي فان الجزء القابل للأكل من الكرة اكبر من النواة حجما بـ ٢٦ مرة .

٩٢ - اذا كان النموذج اخف من الاصل بـ ٨٠٠٠٠٠٠ مرة وصنع الاثنان من معدن واحد ، فان حجم النموذج يجب ان يكون اقل من حجم الاصل بـ ٨٠٠٠٠٠٠ مرة . نحن نعرف ان احجام الاشكال المتشابهة تكون متناسبة كمكعب الارتفاعات . وبالتالي فان النموذج يجب ان يكون اقصر من الاصل بـ ٢٠٠ مرة ، لان :

$$8000000 = 200 \times 200 \times 200$$

ان ارتفاع البرج الحقيقى يساوى ٣٠٠ م . اذن فان ارتفاع النموذج لابد وان يساوى :

$$300 \div 200 = 1 \frac{1}{2} \text{ م}$$

اى ان النموذج سيكون بطول الانسان تقريبا .

٩٣ - الوعاءان جسمان متشابهان هندسيا . فاذا كان الوعاء الاكبر اكثر سعة بـ ٨ مرات لكانت كل مقاييسه الطولية اكبر بمرتين : اى اعلى بمرتين ، واوسع بمرتين فى كلا الاتجاهين . ولكن بما انه اعلى واوسع بمرتين فان سطحه اكبر بـ 2×2 ، اى بـ ٤ مرات ، لان سطوح الاجسام المتشابهة تتناسب كمربعات الابعاد الخطية . وعندما يكون سمك جدران الوعاء واحدا فان وزنه يتوقف على مقدار سطحه . من هنا نحصل على الجواب للسؤال

الوارد في المسألة وهو : ان الوعاء الاكبر يكون اثقل من الاصغر
باربع مرات .

٩٤ - نرى من الوهلة الاولى ان هذه المسألة غير رياضية تماما ،
وتحل في الواقع بنفس الطريقة الهندسية التي استخدمناها في المسألة
السابقة .

قبل ان نبدأ الحل ، لننظر مسألة شبيهة بهذه ولكنها ابسط .
لدينا قدران (او سماوران) ، احدهما كبير والآخر صغير ،
مصنوعان من نفس المادة وبنفس الشكل ، مملوءان بماء مغل . ايهما
سيبرد اولاً ؟

تبرد الاشياء اساسا ابتداء من السطح ، وبالتالي سيبرد اولاً
القدر الذى يكون سطحه في كل وحدة حجم اكبر : فاذا كان
احدهما اعلى واعرض من الثانى ن من المرات فان سطحه يكون
اكبر ؛ ن^٢ مرة ، اما حجمه فاكبر ؛ ن^٣ مرة . اى انه يصيب وحدة
السطح الواحدة في القدر الكبير حجم اكبر ؛ ن مرة . وبالتالي
يجب ان يبرد القدر الصغير اولاً .

لنفس السبب ايضا لا بد وان يبرد الطفل الذى يقف في البرد
اكثر من الانسان البالغ الذى يلبس نفس الملابس . لان كمية
الحرارة التى تنبعث في كل سنتيمتر مكعب من جسميهما واحدة
تقريبا ولكن سطح الجسم الذى يبرد ، لكل سنتيمتر مكعب ،
اكبر لدى الطفل منها لدى البالغ .

وينبغي ان نرى فى ذلك ايضا سبب ان اصابع اليد او الانف
تبرد اشد وتتجمد اكثر من اجزاء الجسم الاخرى التى يكون سطحها
ليس بهذا الكبير عند مقارنتها بحجمها .

وتنسب الى ذلك ايضا المسألة الآتية :

لماذا يشتعل العود اسرع من كتلة الحطب السميكة التى اخذ
منها العود ؟

بما ان التسخين يتم عن طريق السطح وينتشر الى كل حجم
الجسم فانه يجب مقارنة سطح وحجم العود (وعلى سبيل المثال العود
ذو المقطع الرباعى) مع سطح وحجم كتلة الحطب التى لها
نفس الطول (وذات المقطع الرباعى ايضا) ، لكى نحدد مقدار
سطح كل ستيومتر مكعب من الخشب فى الحالتين . فاذا كان
سمك كتلة الحطب اكبر من سمك العود بـ ١٠ مرات ، فان السطح
الجانبى لكتلة الحطب يكون اكبر من سطح العود ايضا بـ ١٠ مرات ،
اما حجمه فيكون اكبر من حجم العود بـ ١٠٠ مرة . وبالتالي فان
مقدار حجم وحدة السطح فى العود اصغر بعشر مرات من مقداره
فى كتلة الحطب : نفس كمية الحرارة تسخن فى العود مادة اقل
بعشر مرات ، وهنا يكمن سبب اشتعال العود مبكرا اذا ما قورن
بكتلة الحطب عندما يكون مصدر الحرارة واحدا . (نظرا لكون الخشب
ردئ التوصيل للحرارة فانه يجب اعتبار هذه العلاقات مقربة جدا ،
اذ انها تميز السريان العام للعملية فقط وليس الناحية الكمية لها) .

هندسة المطر والثلج

٩٥ - مقياس المطر (المغياث) . جرت العادة على اعتبار لينينجراد مدينة كثيرة المطر ، وأكثر مطرا بكثير من موسكو على سبيل المثال . ولكن للعلماء رأى آخر ، فهم يؤكدون ان الامطار فى موسكو تأتى بماء اكثر فى السنة بالمقارنة مع لينينجراد . فمن اين عرفوا ذلك ؟ هل يمكن قياس كمية المياه التى تاتى بها الامطار ؟ يبدو ان هذه مسألة صعبة ، وعلى الرغم من ذلك فانت تستطيع ان تتعلم بنفسك القيام بمثل هذا الحساب للمطر . لا تظن انه سيلزم لذلك جمع كل المياه التى يحملها المطر الى الارض . يكفي فقط قياس سمك طبقة المياه التى كانت ستتولد على الارض فيما اذا لم تسيح المياه الساقطة ولم تمتصها الارض . وليس من الصعب بتاتا اجراء ذلك . فان المطر عند هطوله يسقط على كل المنطقة بالتساوى . ولا يحدث ان يسقط ماء على جزء اكثر منه على الجزء المجاور . يكفي لذلك قياس سمك طبقة ماء المطر

على اى مساحة ، وسنعرف سمكه على كل المساحة التى سقط عليها المطر .

والآن لابد وان تكون قد فطنت الى ما يجب عمله لقياس سمك طبقة الماء التى يحملها المطر . يلزم لذلك اعداد ولو مساحة صغيرة من الارض لا يمتص فيها ماء المطر ولا يتدفق الماء بعيدا عنها . ويفيد لهذا الغرض اى وعاء مكشوف كالجرذل مثلا . فاذا كان لديك جرذل ذو جدران عمودية (بحيث يكون الفاصل بين الجدران واحدا من اعلى ومن اسفل) فضعه تحت المطر فى مكان مكشوف* . وعند توقف المطر ، قس ارتفاع الماء الذى تجمع فى الجرذل - وسيكون لديك عندئذ كل ما هو مطلوب للحسابات . ولنستخدم بصورة مسهلة اكثر « مقياس المياه » البسيط هذا . كيف نقيس ارتفاع مستوى الماء فى الجرذل ؟ هل نضع فى الماء مسطرة قياس ؟ ولكن هذا يكون مريحا فقط فى حالة وجود ماء كثير فى الجرذل . واذا ما كان سمك طبقته لا يزيد ، كما يحدث عادة ، عن ٢ - ٣ سم او حتى بضعة مليمترات ، فلا يمكن ، طبعا ، قياس سمك الطبقة المائية بهذه الطريقة باى قدر من الدقة . ومن المهم هنا قياس كل مليمتر حتى كل جزء عشرين من المليمتر . فما العمل ؟

* ضع الجرذل فى مكان عال عن الارض حتى لا يقع فيه رذاذ الماء الناجم عن اصطدام المطر بالارض .

ان افضل شىء هو ان تسكب الماء فى اناء زجاجى اكثر ضيقا .
وسيصل الماء فى مثل هذا الاناء الى مستوى اعلى ، ومن السهل رؤية
ارتفاع المستوى خلال الجدران الشفافة . انت تفهم ان ارتفاع الماء
المقاس فى الاناء الضيق ليس هو سمك الطبقة المائية التى يزمنا
قياسها . ولكن من السهل تحويل قياس الى آخر . فلتفرض ان قطر
قاع الاناء الضيق هو اقل بعشر مرات من قطر قاع الجردل المستخدم
لقياس المطر . ومساحة القاع ستكون عندئذ اقل من مساحة قاع
الجرادل بـ 10×10 اى بـ ١٠٠ مرة . ومن المفهوم ان الماء المسكوب
من الجردل يجب ان يكون فى الاناء الزجاجى اعلى بـ ١٠٠ مرة .
وهذا يعنى انه اذا كان سمك طبقة ماء المطر فى الجردل ٢ مم
فانه فى الاناء الضيق سيكون نفس الماء على مستوى ٢٠٠ مم اى
٢٠ سم .

وانت ترى من هذا الحساب ان الاناء الزجاجى بالمقارنة بالجرادل —
مقياس المطر لا يجب ان يكون ضيقا جدا ، والا للزم الامر ان
يكون مرتفعا جدا . ويكفى تماما ان يكون الاناء الزجاجى اضيق
من الجردل بـ ٥ مرات ، عندئذ تكون مساحة قاعه اقل بـ ٢٥ مرة
من مساحة قاع الجردل ، ويرتفع مستوى الماء المسكوب بمثل
عدد هذه المرات . وسيقابل كل مليمتري من سمك الطبقة المائية
فى الجردل ٢٥ مم من ارتفاع الماء فى الاناء الضيق . لذا فمن
المستحسن لهذا السبب لصق شريط من الورق على الجدار الخارجى

للاناء الزجاجي وترسم عليه تقسيمات كل ٢٥ مم ، وتأشيرها بالارقام ١ ، ٢ ، ٣ .. الخ . عندئذ تستطيع مباشرة بالنظر الى ارتفاع الماء في الاناء الضيق معرفة سمك طبقة الماء في الجردل - مقياس المطر دون اى حسابات . اذا كان قطر مقطع الاناء الضيق اقل من مقطع الجردل لا ب ٥ ، ولكن لنقل ب ٤ مرات فيلزم رسم التقسيمات على الجانب الزجاجي كل ١٦ مم .. الخ .

ولا يناسب بتاتا ان نسكب الماء في اناء القياس الضيق من الجردل عبر الحافة . من المستحسن ان نصنع في جدار الجردل ثقباً مستديراً صغيراً ونضع فيه انبوبة زجاجية ذات سداة . ومن المناسب اكثر سكب الماء خلاله .

وهكذا يتوفر لديك جهاز لقياس سمك طبقة مياه المطر . وبالطبع فان الجردل وانا القياس البسيط لا يحسبان بدقة مياه المطر كـ مقياس المطر الحقيقي وقدح القياس الحقيقي اللذين يستخدمان في محطات الارصاد الجوية . ولكن اجهزتك الرخيصة البسيطة يمكن ان تساعدك في اجراء كثير من الحسابات ذات الدلالة . وسنتقل الآن الى هذه الحسابات .

٩٦ - ما هي كمية الامطار ؟ افرض انه يوجد بستان خضار ،

طوله ٤٠ م وعرضه ٢٤ م . هطل المطر ، وتريد ان تعرف كمية الماء التي تساقطت على البستان . كيف تحسب ذلك ؟

لابد من البدء ، طبعاً ، من تحديد سمك طبقة مياه المطر :

بدون هذا الرقم لا يمكن عمل اى حسابات . لنفرض ان مقياس
المطر البسيط الذى لديك يبين ان المطر قد سقط بطبقة سمكها
٤ مم . سنحسب كم عدد الستيمترات المكعبة من الماء كانت
تبقى فى كل متر مربع من البستان لو لم تمتص الارض المياه .
علما ان عرض المتر المربع ١٠٠ سم وطوله ١٠٠ سم ، وتغطيه
طبقة من الماء سمكها ٤ مم ، اى ٠,٤ سم . هذا يعنى ان حجم
طبقة الماء هذه يساوى

$$١٠٠ \times ١٠٠ \times ٠,٤ = ٤٠٠٠ \text{ سم}^٣$$

انت تعرف ان ١ سم^٣ من الماء يزن ١ جم . اذن فقد تساقط
على كل متر مربع من البستان ٤٠٠٠ جم من ماء المطر ، اى
٤ كجم . ولكن مساحة البستان كله تبلغ $٤٠ \times ٢٤ = ٩٦٠ \text{ م}^٢$.
وهذا يعنى انه يسقط المطر انسكب على البستان $٩٦٠ \times ٤ =$
 ٣٨٤٠ كجم من الماء ، اى ما لا يقل عن ٤ اطنان .

وللايضاح احسب ايضا عدد جرادل المياه الواجب حملها الى
البستان لاروائه بنفس كمية المياه التى حملها اليه المطر . فاذا
علمنا ان الجرادل العادى يتسع لحوالى ١٢ كجم من المياه ، اذن
فان المطر قد اسقط $٣٨٤٠ \div ١٢ = ٣٢٠$ جرذلا من الماء .
وهكذا كان يلزم ان تروى البستان باكثر من ٣٠٠ جرذل
ماء لكى تحل محل ما رواه به المطر الذى هطل لمدة تقرب من
الربع ساعة .

كيف يتمثل بالاعداد المطر الشديد والضعيف ؟ يلزم لذلك تحديد عدد مليمترات المياه (اي الطبقة المائية) التي تتساقط في دقيقة واحدة من هطول المطر - وهو ما يسمى « بقوة الامطار » . اذا كان المطر يسقط ٢ مم في المتوسط كل دقيقة ، فان هذا يؤلف وابلا شديدا للغاية من المطر . اما عندما يتساقط رذاذ مطر خفيف بسيط فان ١ مم من الماء يتجمع خلال ساعة كاملة او اكثر .

وكما ترى فان حساب كمية المياه التي تسقطها الامطار ليس امرا ممكنا فقط ولكنه حتى غير معقد بتاتا . علاوة على ذلك فانك كنت تستطيع اذا اردت ان تحدد بالتقريب حتى عدد النقط المنفردة التي يسقطها المطر * . وفعلا فعند هطول المطر العادي تزن القطرات في المتوسط بحيث يعادل وزن كل ١٢ قطرة ١ جم . وهذا يعنى انه تسقط على كل متر مربع من البستان عندما تكون كمية المطر المذكورة واحدة $4000 \times 12 = 48000$ قطرة .

من السهولة بعد ذلك حساب عدد القطرات التي سقطت على كل البستان . ولكن حساب عدد القطرات هي عملية حث استطلاع فقط وليس منها منفعة . ولقد اوردنا هذا الحساب فقط لكي نبين

* يسقط المطر دائما على هيئة قطرات - حتى عندما يتراعى لنا انه يسقط على شكل سيول منهمة .

اي الحسابات التي تبدو للوهلة الاولى مستحيلة يمكن اجراؤها اذا ما عرفنا كيفية القيام بها .

٩٧ - ما هي كمية الثلج ؟ لقد تعلمنا قياس كمية المياه التي يحملها المطر . فكيف يمكن قياس كمية المياه الناتجة عن سقوط البرد ؟ بنفس هذه الطريقة تماما . يسقط البرد في مقياس المطر ويذوب ثم تقيس الماء المتكون من البرد وتحصل على ما تريد . لكن الماء الذي يحمله الثلج يقاس . ولو اتبعنا نفس الطريقة السابقة في قياس المطر لكننا قد حصلنا على نتائج غير دقيقة تماما ، لان الثلج الذي يسقط في الجردل يتطاير منه بسبب الرياح . ولكن عند حساب الماء المتكون من الثلج يمكن ان نقوم بذلك بدون مقياس المطر : فيقاس مباشرة سمك طبقة الثلج التي تغطي الفناء او الحديقة او الحقل بواسطة عصا من الخشب (قضيبي مساح) . ولمعرفة سمك طبقة الماء الناتجة عن ذوبان هذا الثلج يلزم القيام بالتجربة التالية : يملأ جردل بالثلج بنفس الرخاوة وندعة يذوب ونلاحظ ارتفاع طبقة الماء المتكونة . بهذه الطريقة نستطيع تحديد كم من المليمترات يكون ارتفاع طبقة الماء المتكونة من كل سنتيمتر من طبقة الثلج . وبمعرفة هذا يسهل عليك ان تحول سمك الطبقة الثلجية الى سمك مائي ..

واذا ما اجريت كل يوم وبلا تخلف قياس كمية مياه المطر طيلة اوقات السنة الدافئة وتضيف الى ذلك المياه المحفوظة خلال الشتاء بشكل ثلج فانك ستعرف الكمية الكلية من الماء التي تسقط في منطقتك . وهذه نتيجة هامة جدا لتحديد كمية الامطار التي تسقط في المنطقة قيد البحث . (وتسمى « بالامطار » كل المياه الساقطة عموما ، ان كانت على شكل مطر او برد او ثلج .. الخ) .
واليكم متوسط كمية الامطار الساقطة كل عام في مدن الاتحاد السوفيتي المختلفة :

لنينجراد	٤٧ سم	،	استراخان	١٤ سم
فولوجدا	٤٥ سم	،	كوتائيسى	١٧٩ سم
ارخانجلسك	٤١ سم	،	باكو	٢٤ سم
موسكو	٥٥ سم	،	سفردلوفسك	٣٦ سم
كاستروما	٤٩ سم	،	تابلوسك	٤٣ سم
كازان	٤٤ سم	،	سيمبالاتينسك	٢١ سم
كويبيشيف	٣٩ سم	،	الما - اتا	٥١ سم
تشكالوف	٤٣ سم	،	طشقند	٣١ سم
اوديسا	٤٠ سم	،	ينيسيسك	٣٩ سم
			اركوتسك	٤٤ سم

من بين كل المدن المذكورة يكون نصيب كوتاثيسى من الماء الساقط من السماء اكثر من الاماكن الاخرى (١٧٩ سم) ، واقلها استراخان (١٤ سم) ، اى بمقدار ١٣ مرة اقل من كوتاثيسى . ولكن توجد اماكن على الكرة الارضية تسقط فيها كمية اكبر بكثير من المياه بالمقارنة مع كوتاثيسى . فمثلا يوجد مكان فى الهند تغمره مياه الامطار تماما ، اذ يسقط هناك فى العام ١٢٦٠ سم ، اى $\frac{1}{4}$ ١٢ م ! وحدث مرة ان سقط هناك خلال يوم واحد اكثر من ١٠٠ سم من المياه . بينما توجد ، على العكس ، اماكن تسقط فيها كمية من المطر اقل بكثير مما فى استراخان : ففي احدى مناطق امريكا الجنوبية ، فى شيلي ، لا يصل مجموع ما يتساقط خلال عام كامل ١ سم من الامطار .

ان المنطقة التى يسقط فيها اقل من ٢٥ سم من الامطار فى العام تعتبر من المناطق الجافة . لا يمكن فى هذه الاماكن زراعة الحبوب بدون اجراء الرى الصناعى .

واذا لم تكن تقطن فى احدى المدن التى ذكرناها فى الجدول السابق فينبغى عليك ان تقيس بنفسك كمية الامطار الساقطة فى منطقتك . فتقوم باجراء القياسات بصبر على مدار السنة ، وتعرف كمية المياه التى يحملها كل مطر او برد وكمية المياه المختزنة فى الثلج ، وبالنتيجة تحصل على فكرة عن الموقع الذى تحتله مدينتك ، من حيث نسبة الرطوبة بين المدن الاخرى .

ومن السهل ان تفهم انه بقياس كمية المياه التي تسقط في العام في اماكن مختلفة من الكرة الارضية ، يمكنك من هذه الارقام معرفة طبقة المياه التي تسقط في المتوسط خلال عام على كل الارض عموما . وقد تبين ان متوسط كمية الامطار الساقطة على اليابسة (دون حساب كميتها فوق المحيطات) خلال العام هي ٧٨ سم . ويعتقد انه تسقط فوق مساحة معينة من المحيطات نفس كمية الامطار تقريبا التي تسقط على مساحة مساوية من اليابسة . ومن السهل حساب كمية المياه التي تسقط على كل كوكبنا سنويا عن طريق المطر والبرد والثلج .. الخ . ولكن يجب من اجل ذلك معرفة مقدار سطح الكرة الارضية . واذا لم يتوفر لديك المصدر لمعرفة هذا العدد فيمكنك ان تحسبه بنفسك بالطريقة الآتية :

انت تعرف ان المتر يؤلف بدقة تقريبا ٤٠ جزءا من مليون من محيط الكرة الارضية . او بتعبير آخر ان محيط الارض يساوي ٤٠٠٠٠٠٠ م اي ٤٠٠٠٠ كم . ومقطع اي دائرة يكون اصغر بمقدار $\frac{1}{v}$ مرة تقريبا من محيطها . وبمعرفة هذا يمكن ان نجد قطر كوكبنا :

$$40000 \div \frac{1}{v} \approx 3 \times 12700 \text{ كم}$$

ان قاعدة حساب سطح اي كرة هي كالآتي : يلزم ضرب القطر في نفسه وفي $\frac{1}{v}$:

$$١٢٧٠٠ \times ١٢٧٠٠ \times \frac{١}{٧} \approx ٥٠٩٠٠٠٠٠٠٠ \text{ كم}^٣$$

(ابتداء من الرقم الرابع للنتيجة نكتب اصفار لان المؤكد منها الثلاثة ارقام الاولى فقط) .

وهكذا فان مجموع سطح الكرة الارضية يساوى ٥٠٩ ملايين كيلومتر مربع .

لنعد الآن ثانية الى مسألتنا . سنحسب كم من المياه تسقط على كل كيلومتر مربع واحد من سطح الارض . يسقط على المتر المربع الواحد او على ١٠٠٠٠ سم^٢ :

$$٧٨٠٠٠٠ = ١٠٠٠٠ \times ٧٨$$

وبما انه فى الكيلومتر المربع $١٠٠٠ \times ١٠٠٠ = ١٠٠٠٠٠٠$ م^٢ . اذن يسقط عليه من الماء :

$$٧٨٠٠٠٠٠٠٠٠٠ \text{ سم}^٣ \text{ او } ٧٨٠٠٠٠ \text{ م}^٣$$

ويسقط على كل سطح الارض :

$$٧٨٠٠٠٠ \times ٥٠٩٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ = ٣٩٧٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ \text{ م}^٣$$

ولتحويل هذا العدد من امتار مكعبة الى كيلومترات مكعبة يلزم ان نقسم النتيجة على $١٠٠٠ \times ١٠٠٠ \times ١٠٠٠$ اى على مليار . فنحصل على ٣٩٧٠٠٠ كم^٣ .

وهكذا يسقط من السماء على سطح كوكبنا في كل عام حوالي
٤٠٠٠٠٠ كم^٣ من الماء .

بذلك ننهي حديثنا عن هندسة المطر والثلج . ويمكن الاطلاع
على كل ما تحدثنا عنه هنا بصورة تفصيلية اكبر بالرجوع الى كتب
الارصادات الجوية .

ثلاثون مسألة مختلفة

آمل ان لا تمر مطالعة القارئ لهذا الكتاب دون ان تترك فيه اثرا ، وان لا يقتصر الامر على الترفية عنه فقط ، بل اكسبته المنفعة بتنمية فطنته وسرعة خاطره ، وعلمته ان يستغل معارفه بمقدرة افضل . ومن المحتمل ان القارئ نفسه يريد الآن ان يختبر فراسته على اى شيء . من اجل ذلك خصصت هذه الثلاثون مسألة المتنوعة والموضوعة هنا في آخر باب من كتابنا .

١٠١ - السلسلة . احضر الى الحداد ٥ قطع من سلسلة توجد ٣ حلقات في كل قطعة ، وطلب توصيلها في سلسلة واحدة .
اخذ الحداد يفكر قبل ان يبدأ العمل كم حلقة يلزم ان تفتح ثم تقفل بعد ذلك . وقرر انه سيلزم فتح وقفل اربع حلقات . لكن ، هل يمكن تنفيذ العمل بفتح وقفل عدد اقل من الحلقات ؟

١٠٢ - العناكب والخنافس . جمع طفل في علبة عناكب وخنافس مجموعها ٨ . لو عددنا عدد الارجل في العلبة لظهر انها ٥٤ رجلا .



شكل ٩١ . خمسة قطع من السلسلة

كم هو عدد العناكب والخنافس في العلبة ؟

١٠٣ - معطف المطر ، والقبعة ، والجرموق (الكالوش) .

اشترى احدهم معطف مطر وقبعة وجرموق ودفع مقابلها ٢٠ روبلا .
فاذا علم ان ثمن معطف المطر اكبر بـ ٩ روبلات من ثمن القبعة ،
ومجموع ثمن القبعة ومعطف المطر معا يزيد ١٦ روبلا على ثمن
الجرموق . كم يساوى ثمن كل واحد منها ؟

المطلوب حل المسألة شفوياً وبدون معادلات .

١٠٤ - بيض الدجاج والبط . لدينا سلات فيها بيض ، وكان

في بعض السلات بيض دجاج ، وفي البعض الآخر بيض بط وعددها
٥ ، ٦ ، ١٢ ، ١٤ ، ٢٣ ، ٢٩ . وقد فكر البائع مع نفسه قائلاً :
« لو اننى بعت هذه السلة فسيبقى لدى بيض دجاج اكثر بالضعف
من بيض البط » .

اية سلة كان يقصدها البائع ؟

١٠٥ - الطيران . تقطع الطائرة المسافة من مدينة أ الى مدينة

ب في ساعة واحدة و ٢٠ دقيقة . ولكن الطيران العكسي يتم في ٨٠ دقيقة . كيف تفسر ذلك ؟

١٠٦ - الهدايا النقدية . اعطى احد الآباء لابنه ١٥٠ روبلا واعطى اب آخر لابنه ١٠٠ روبل . ولكن اتضح ان كلا الابنين معا قد زادا من رأسمالهما ب ١٥٠ روبلا فقط . كيف تعلق ذلك ؟

١٠٧ - قطعتان من لعبة الداما . يجب ان توضع على لوحة لعبة الداما الخالية قطعتا داما مختلفتا اللون . ما عدد الاوضاع المختلفة التي يمكن ان يتخذاها على اللوحة ؟

١٠٨ - برقمين . ما هو اقل عدد موجب صحيح يمكن ان تكتبه برقمين ؟

١٠٩ - الواحد . عبر عن رقم ١ باستعمال كل الارقام العشرة .

١١٠ - بخمس تسعات . عبر عن الرقم ١٠ بخمس تسعات . اذكر طريقتين لذلك على اقل تقدير .

١١١ - بعشرة ارقام . عبر عن الرقم ١٠٠ باستخدام كل الارقام العشرة . بكم طريقة تستطيع ان تفعل ذلك ؟ وتوجد هناك على الاقل اربع طرق .

١١٢ - باربع طرق . عبر عن الرقم ١٠٠ بواسطة خمسة ارقام متساوية وباربع طرق مختلفة .

١١٣ - باربع آحاد . ما هو اكبر عدد يمكن كتابته باربع آحاد ؟

١١٤ - القسمة الغامضة . في المثال التالي للقسمة استبدلت كافة

الارقام بنجوم عدا اربع اربعات . ضع بدلا من النجوم تلك الارقام التي استبدلت النجوم بها :

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \text{*****} \\
 \text{***} \\
 \hline
 \text{**} \\
 \text{****} \\
 \hline
 \text{****} \\
 \text{***} \\
 \hline
 \text{****} \\
 \text{***} \\
 \hline
 \text{****} \\
 \text{****} \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

ولهذه المسألة عدة حلول مختلفة .

١١٥ - حالة اخرى للقسمة . اعمل نفس الشيء مع مثال آخر

تركت فيه سبع سبعات فقط :

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \text{**V*****} \\
 \text{*****} \\
 \hline
 \text{*****V*} \\
 \text{*****} \\
 \hline
 \text{*V*****} \\
 \text{*V*****} \\
 \hline
 \text{*****} \\
 \text{*****V**} \\
 \hline
 \text{*****} \\
 \text{*****} \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

١١٦ - ما الذى سيتج ؟ تصور فى ذهنك لاي طول سيتمدد الشريط ، المكون من كل المربعات المليمترية لمترا واحدا مربع ، على ان تكون موضوعة واحدة ملاصقة للآخرى .

١١٧ - بنفس الطريقة . تصور فى ذهنك لاي ارتفاع يرتفع العمود ، المتكون من كل المكعبات المليمترية لمترا مكعب واحد ، موضوعة واحدة فوق الاخرى .

١١٨ - الطائرة . طائرة يبلغ طول باع جناحيها ١٢ م ، التقطت لها صورة من الاسفل اثناء تحليقها عندما مرت عموديا فوق جهاز التصوير . ارتفاع آلة التصوير ١٢ سم قياس الصورة ٨ مم .

على اى ارتفاع كانت تحلق الطائرة فى وقت التصوير ؟

١١٩ - مليون من القطع المنتجة . وزن القطعة المنتجة ٨٩,٤

جم . تصور فى ذهنك كم وزن مليون قطعة من هذه القطع .

١٢٠ - عدد الطرق . ترى على الشكل ٩٢ بيتا صيفيا فى

الغابة . وتنقسمه الممرات الى اقسام مربعة . ويبين الخط المتقطع

الطريق المؤدى عبر الممرات من نقطة ا الى نقطة ب . وهذا ، بالطبع

ليس الطريق الوحيد ما بين النقطتين المبيتتين خلال الممرات . ما

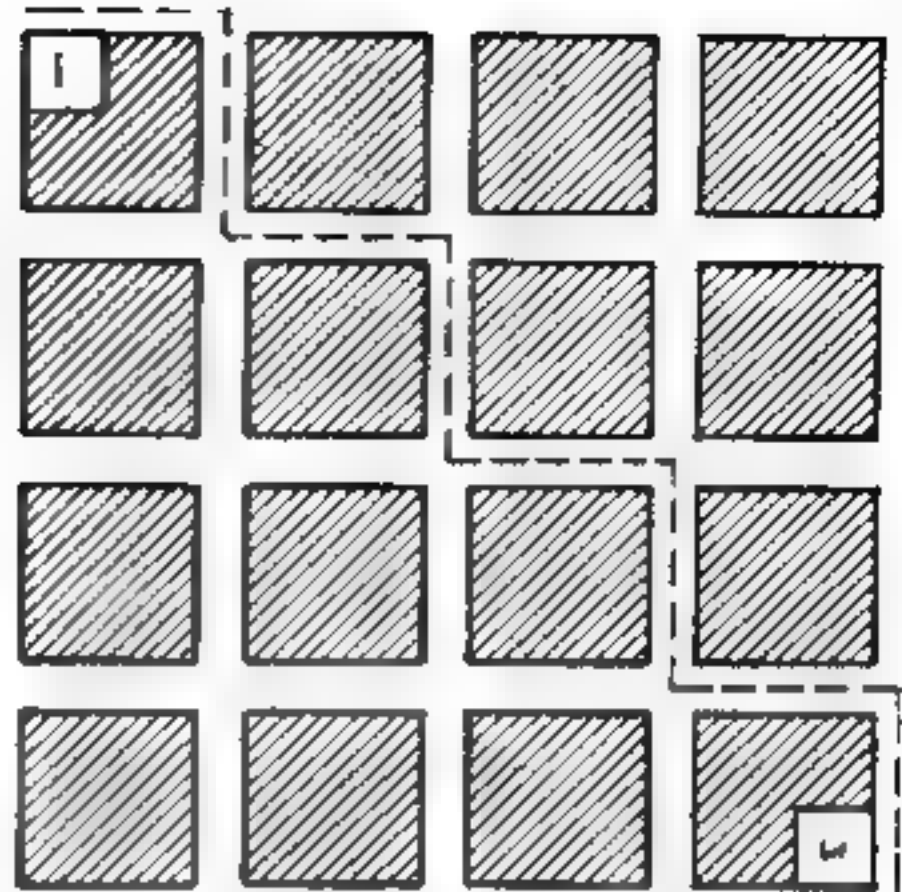
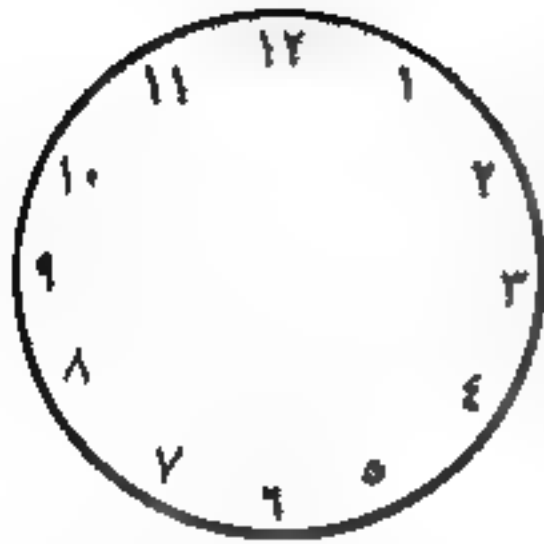
هو عدد الطرق المختلفة التى يمكنك ان توصلها ما بين النقطتين

شرط ان تكون ذات طول واحد ؟

١٢١ - قرص الساعة . يلزم تقسيم قرص الساعة هذا (شكل

٩٣) الى ٦ اجزاء ذات اى شكل - بحيث يكون مجموع الاعداد ،

على كل جزء ، واحدا فى كل حالة .

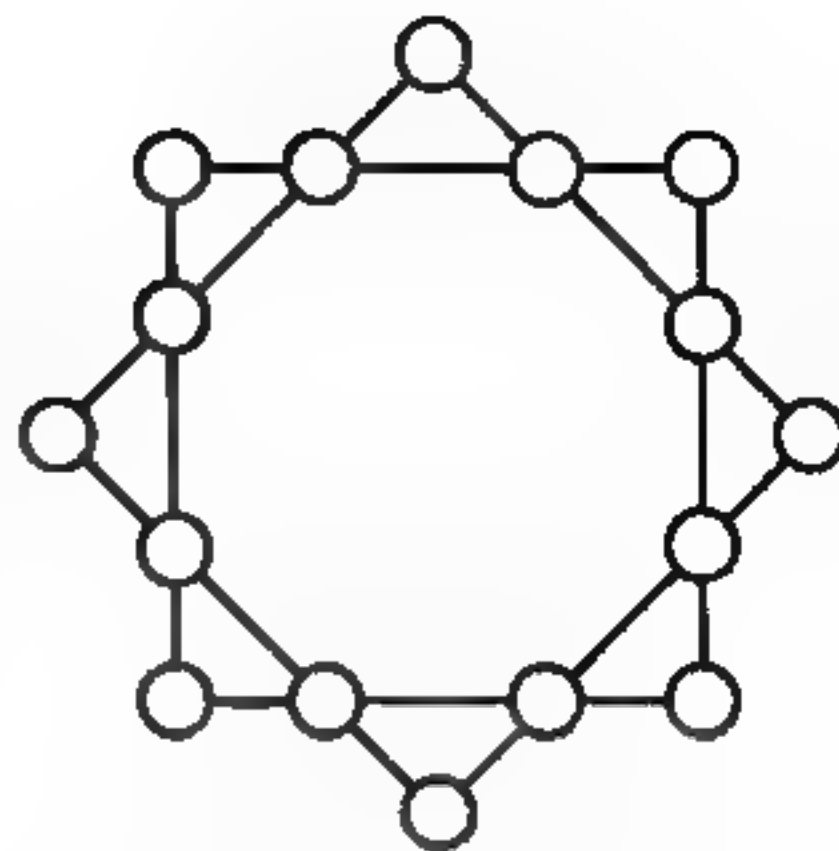
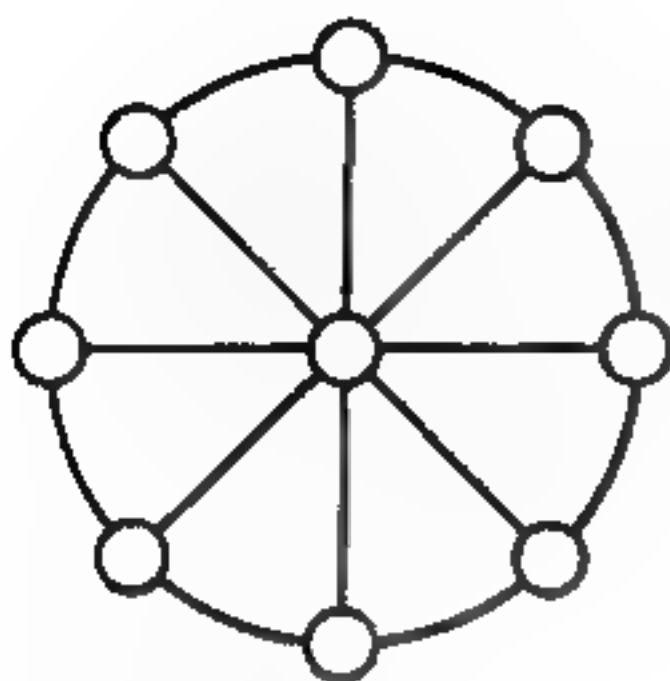


شكل ٩٢ . البيت الصيفى فى الفأبة مقسم بواسطة ممرات
شكل ٩٣ . يلزم تقطيع قرص الساعة هذا الى ٦ اجزاء

وهدف المسألة هو اختبار مدى حضور بديهيتك اكثر من ان يكون اختبارا لفطنتك .

١٢٢ — النجمة ذات الرؤوس الثمانية . يلزم وضع الاعداد من ١ حتى ١٦ فى نقط تقاطع خطوط الشكل المبين على الشكل ٩٤ بحيث يكون مجموع الاعداد على كل ضلع من اضلاع المربع يساوى ٣٤ وان يكون مجموع الاعداد التى على رؤوس كل مربع ٣٤ ايضا .

١٢٣ — العجلة العددية . يلزم وضع الاعداد من ١ حتى ٩ بالوضع المبين على الشكل ٩٥ ، بحيث يكون احد الارقام فى وسط



شكل ٩٤ . النجمة ذات الرؤوس الثمانية شكل ٩٥ . العجلة العددية

الدائرة اما الارقام الاخرى فتكون فى نهاية كل قطر ، وبحيث يكون مجموع كل ثلاثة ارقام فى كل صف يساوى ١٥ .

١٢٤ - المنضدة ذات الارجل الثلاثة . يوجد رأى مفاده ان

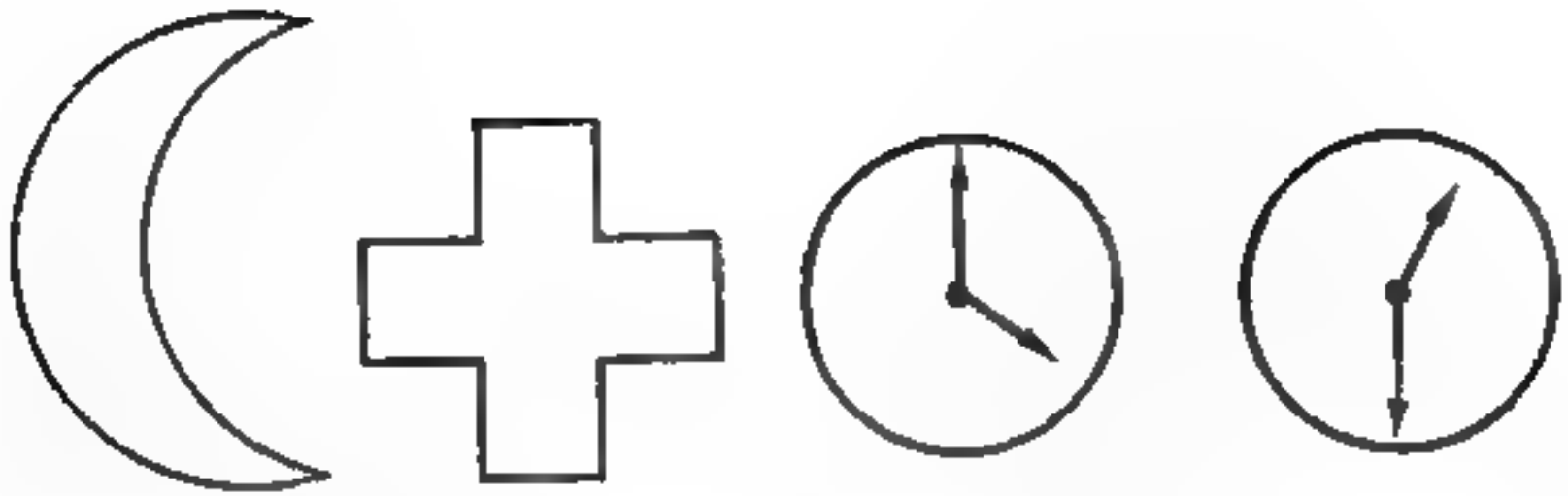
المنضدة ذات الارجل الثلاثة لا تتأرجح ابدا حتى لو كانت الارجل غير متساوية الطول . صحيح هذا ام لا ؟

١٢٥ - اى الزوايا ؟ اى الزوايا تتكون ما بين عقارب الساعة

على الشكل ٩٦ ؟ يجب الاجابة تبعا للادراك ، وبدون استخدام المنقلة .

١٢٦ - على خط الاستواء . لو اننا استطعنا ان نمشى حول

الكرة الارضية على خط الاستواء ، فان قمة رأسنا سترسم طريقا اطول من اى نقطة من نقط اقدامنا .



شكل ٩٦ . ما هي قيمة الزوايا التي يصنعها عقربا الساعة
شكل ٩٧ . كيف يمكن تحويل الهلال الى صليب

ما مقدار هذا الفرق ؟

١٢٧- في ستة صفوف . ربما تعرف القصة الهزلية التي تدور حول تسعة جياذ وضعت في عشرة مرابط فاصبح في كل مرابط جواد . المسألة التي سنقدمها الآن شبيهة بهذه الفكاهة المشهورة ، ولكن لها حل واقعي جدا وليس خياليا . وهي كالآتي :
رتب ٢٤ شخصا في ٦ صفوف بحيث يكون في كل صف ٥ اشخاص .

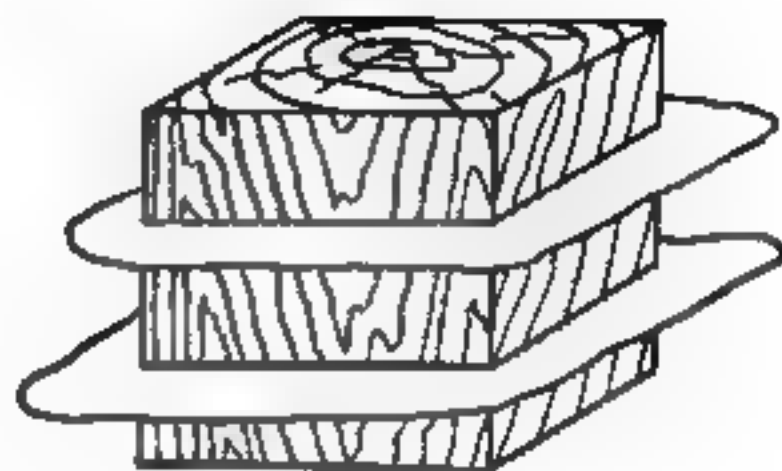
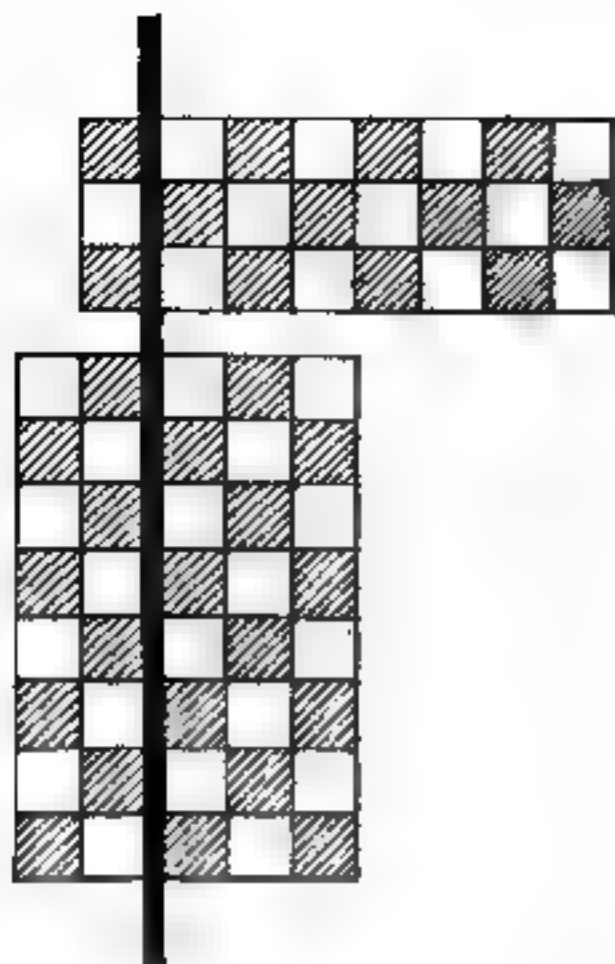
١٢٨- الصليب والهلال . مبين على الشكل ٩٧ شكل هلال (اذا ما توخينا الدقة في التعبير فهذا ليس هلالا اذ ان شكل الهلال هو نصف دائرة اما هذا فبشكل منجل) متكون من قوسى دائرتين . المطلوب رسم اشارة الصليب الاحمر الذي تكون مساحته هندسيا مساوية تماما لمساحة الهلال .

١٢٩ - مقطع المكعب . يوجد لديك مكعب طول ضلعه

٣ سم . وحجمه ٢٧ سم^٣ . ويمكن قطع هذا المكعب الى ٢٧ مكعبا صغيرا طول ضلع كل منها يساوى ١ سم . من السهل جدا القيام بذلك بقطع المكعب بواسطة ستة مستويات : يلزم توصيل مستويين موازيين لاحد الجوانب ، واثنين موازيين للجانب الآخر ، ومستويين موازيين للجانب الثالث . لكن تصور انه بعد كل قطع يسمح لك بتحريك الاجزاء فى الفراغ : بقطع جزء معين تستطيع ان تضعه على الاجزاء الاخرى بحيث يتقاطع المستوى القاطع التالى معها جميعا . الا تستطيع ، باستخدام هذه الامكانية الاضافية الهامة ، تقليل عدد المستويات القاطعة التى تقسم المكعب الى ٢٧ مكعبا صغيرا ؟

١٣٠ - قطع آخر . المسألة التالية شبيهة بالسابقة ولكن فى

شكل آخر . المطلوب تقطيع لوحة الشطرنج العادية المتكونة من ٦٤ مربعا (٨ × ٨) الى مربعات منفصلة . مع العلم انه لا يسمح باجراء القطع الا بخطوط مستقيمة فقط . ولكن بعد كل قطع يمكن ان نوضع فى مكان آخر الاجزاء المتكونة لكى يقطع القطع المستقيم التالى لا جزءا واحدا وانما عدة اجزاء . كم عدد القطعات المستقيمة الواجب القيام بها لقطع كل اللوحة الى مربعات منفصلة ؟



شكل ٩٨ . المطلوب توصيل مستويين موازيين لاجل الجوانب

شكل ٩٩ . قبل عمل القطع التالي يمكن تغيير وضع الاجزاء لتكون

حل الالغاز ١٠١ - ١٣٠

١٠١ - يمكن القيام بالعمل المطلوب بفتح ثلاث حلقات فقط . من اجل ذلك يلزم فك حلقات احد الاجزاء وتوصل بها نهايات الاجزاء الاربعة المتبقية .

١٠٢ . لحل هذه المسألة يلزم قبل كل شيء تذكر كم عدد الارجل لدى كل من الخنفس والعنكبوت : للخنفس ٦ ارجل . وللعنكبوت ٨ ارجل .

بمعرفة ذلك ، نفترض انه كانت في العلبة خنافس فقط عددها ثمانية . عندئذ يكون عدد الارجل $6 \times 8 - 48$ اقل بـ ٦ مما هو معطى في المسألة . ولتستبدل الآن احد الخنافس بعنكبوت . بذلك يزداد عدد الارجل بمقدار ٢ لان للعنكبوت ٦ ارجل وليس ٨ . من الواضح انه لو اجرينا ثلاثة من مثل هذه التغييرات فسنوصل العدد الكلى للارجل في العلبة الى العدد المطلوب ٥٤ . ولكن عندئذ يبقى من الـ ٨ خنافس ٥ فقط اما الاخرى فستكون عناكب . وهكذا فقد كان في العلبة ٥ خنافس و ٣ عناكب . لنختبر ذلك : يوجد لدى ٥ خنافس ٣٠ رجلا ، ولدى ٣ عناكب ٢٤ رجلا والعدد الكلى هو $30 + 24 = 54$ ، وهو المطلوب في شروط المسألة .

ويمكن حل المسألة بطريقة اخرى . وهو انه يمكن الافتراض بوجود عناكب فقط في العلبة وعددها ٨ عناكب . عندئذ يكون عدد كل الارجل $8 \times 8 = 64$. اى اكثر بـ ١٠ ارجل مما هو مذكور في المسألة . وباستبدال خنافس باحد العناكب يقل عند ذاك عدد الارجل بمقدار ٢ . ينبغي اجراء ٥ تغييرات من مثل هذه التغييرات لكى يصل عدد الارجل الى العدد المطلوب اى ٥٤ . بتعبير آخر من مجموع ٨ عناكب يجب ابقاء ٣ فقط والباقي يستبدل بخنافس .

١٠٣ - اذا ما تم شراء زوجين من الجرامق بدلا من معطف

المطر والقبعة والجرموق فقط لوجب ان لا يدفع مبلغ ٢٠ روبلا وانما اقل من ذلك بمقدار ما لان الجرموق ارخص من معطف المطر والقبعة ، اى بمقدار ١٦ روبلا . وبالتالي سنعرف ان ثمن زوجي الجرامق يساوى ٢٠ - ١٦ - ٤ روبلات ، اذن يكون سعر الزوج الواحد - روبلان .

والآن اصبح من المعروف ان ثمن معطف المطر والقبعة معا هو ٢٠ - ٢ = ١٨ روبلا ، علما ان معطف المطر اعلى من القبعة بمقدار ٩ روبلات . وباتباع نفس الاسلوب السابق فى التفكير ، فنقول : لنشتري قبعتين بدلا من معطف المطر مع القبعة . عندئذ سندفع لا ١٨ روبلا بل اقل من هذا المبلغ بمقدار ٩ روبلات . وهذا يعنى ان ثمن القبعتين ١٨ - ٩ = ٩ روبلات ، اذن يكون ثمن القبعة الواحدة - ٤ روبلات و ٥٠ كوبيكا .

اذن يكون ثمن الحاجيات كالاتى : الجرموق - روبلين ، القبعة - ٤ روبلات و ٥٠ كوبيكا ومعطف المطر - ١٣ روبلا و ٥٠ كوبيكا .

١٠٤ - لقد قصد البائع السلة ذات ال ٢٩ بيضة . ولقد كان بيض الدجاج فى السلال ذات العلامات ٢٣ ، ١٢ و ٥ ، اما بيض البط - فكان فى السلال ذات العددين ١٤ و ٦ .

لنختبر ذلك . بقى من بيض الدجاج :

$$٤٠ = ٥ + ١٢ + ٢٣$$

ومن بيض البط :

$$20 = 6 + 14$$

اى ان بيض الدجاج اكثر بمرتين من بيض البط وهو ما تتطلبه شروط المسألة .

١٠٥ - ليس هناك ما يتطلب التفسير في هذه المسألة : فالتأثير تقوم بالتحليق في كلا الاتجاهين في وقت واحد لان ٨٠ دقيقة = ساعة واحدة و ٢٠ دقيقة .

وهذه المسألة موضوعة للقارئ غير المتنبه الذى يمكن ان يفكر انه يوجد فرق ما بين ساعة واحدة و ٢٠ دقيقة و ٨٠ دقيقة . والطريف فى الامر فقد تبين ان عدد الافراد الذين يقعون فى هذا الشرك غير قليل ، علما ان اغلبهم من الناس الذين تعودوا على اجراء الحسابات وليس من ذوى الخبرة القليلة فى الحساب . ويكمن السبب فى هذا اعتيادهم على النظام العشري للقياس والوحدات النقدية . فهم ما ان يرون العلامة « ساعة واحدة و ٢٠ دقيقة » وبجانبها « ٨٠ دقيقة » فانهم يعتبرون بلا قصد ان الفرق بينهما كالفرق ما بين روبل واحد و ٢٠ كوبيكا و ٨٠ كوبيكا . وتقوم هذه المسألة على استغلال هذا الخطأ السيكولوجي .

١٠٦ - يكمن سر اللغز فى ان احد الآباء هو ابن للآخر . فلقد كان مجموع الاشخاص ثلاثة وليس اربعة : الجد والابن والحفيد . فاعطى الجد لابنه ١٥٠ روبلا وهذا اعطى منها ١٠٠ روبل

للحفيد (اي الى ابنه) مزيدا رأسماله بالتالى بمقدار ٥٠ روبلا فقط .
 ١٠٧- يمكن وضع قطعة الداما الاولى على اى مربع من
 ال ٦٤ مربعا اى ب ٦٤ طريقة . وبعد ان وضعت القطعة الاولى يمكن
 ان نضع قطعة الداما الثانية على اى مربع من ٦٣ المتبقية . اى انه
 يمكن ان نضم الى ال ٦٤ وضعاً لقطعة الداما الاولى ال ٦٣ وضعاً
 لقطعة الداما الثانية . ومن هنا يكون العدد الكلى للاوضاع المختلفة
 لقطعتى الداما على اللوحة

$$64 \times 63 = 4032$$

١٠٨- ان اصغر عدد صحيح يمكن كتابته برقمين ليس ١٠ ،
 وهو ربما ما يعتقد كثر من القراء ، وانما الواحد معبرا عنه بالطريقة
 الآتية :-

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \dots, \frac{8}{8} \text{ الخ حتى } \frac{9}{9}$$

ويستطيع من له المام بالجبر ان يضيف الى هذه الصيغة صيغا
 اخرى :

$$١, ٢, ٣, ٤, \dots \text{ الخ حتى } ٩$$

لان اى عدد اسه صفر يساوى الواحد الصحيح * .

* ولكن الحلين $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ او $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ غير صحيحين لان مثل هذه الصيغ
 لا معنى لها عموما .

١٠٩ - يلزم ان نضع الواحد الصحيح كمجموع كسرين :

$$1 = \frac{35}{70} + \frac{148}{296}$$

ويستطيع من له المام بالجبر ايراد اجابات اخرى :

$$1 = 8 - 9 \quad 234567 \quad , \quad 123456789$$

ومكدا ، حيث ان اى عدد اسه صفر يساوى الواحد الصحيح .

١١٠ - الطريقتان هما كالآتي :

$$10 = 9 \frac{99}{99}$$

$$10 = \frac{9}{9} - \frac{99}{9}$$

ويستطيع من يعرف الجبر ان يضيف عدة حلول اخرى ، مثلا :

$$10 = \frac{9}{9} \left(9 \frac{9}{9} \right)$$

$$10 = 9 - 999 + 9$$

١١١ - الحلول الاربعة هي :

$$100 = 5 \frac{2}{6} + 24 \frac{9}{18} + 70$$

$$100 = 19 \frac{r}{1} + 1. \frac{22}{0.1}$$

$$100 = 3 \frac{12}{20} + 9 \frac{8}{10} + 17$$

$$1.1 = 29 \frac{78}{100} + 0.01 \frac{1}{2}$$

١١٢ - يمكن التعبير عن العدد ١٠٠ بخمسة أرقام متساوية ، وذلك باستخدام الواحد والثلاثة واسهلها جميعا استخدام الخمسة .

$$100 = 11 - 111$$

$$100 = \frac{r}{r} + 3 \times 33$$

100-000000-000000

$$100 = 25 \times (2 + 2 + 2 + 2)$$

١١٣ - غالبا ما يجاب على السؤال : ١١١١ . ولكن يمكن كتابة العدد بقدر اكبر بعدة مرات ، وهو بالذات ١١ أس ١١ اي ١١١١ . ولو تحليت بالصبر للقيام بالحساب حتى النهاية (يمكن بواسطة اللوغاريتمات اجراء مثل هذه الحسابات بشكل أسرع بكثير) لاقتنعت من ان هذا العدد اكبر من ٢٨٠ مليارا . وبالتالي فهو يزيد على العدد ١١١١ بـ ٢٥٠ مليون مرة .

١١٤ - يمكن لمثال القسمة المعطى ان يقابل اربع حالات مختلفة ، هي :

$$1418 = 943 \div 1337174$$

$$1416 = 949 \div 1343784$$

$$1419 = 846 \div 1200474$$

$$1418 = 848 \div 1202464$$

١١٥ - ان هذا المثال يقابل حالة واحدة للقسمة :

$$58781 = 125473 \div 7375428413$$

نشرت كلتا المسألتين الاخيرتين الصعبتين لاول مرة في الصحيفتين الامريكيتين « الجريدة الرياضية » في عام ١٩٢٠ ، و « العالم المدرسى » في عام ١٩٠٦ .

١١٦ - يوجد في المتر المربع الف الف من المليمترات المربعة . كل الف مربع مليمترى موضوعة بجانب بعضها تكون ١ م ، اما الالف الف منها فتكون ١٠٠٠ م اي ١ كم ، اذن سيتمدد الشريط لمسافة كيلومتر كامل .

١١٧ - الاجابة مذهلة في غرابتها : كان العمود سيرتفع الى مسافة ١٠٠٠ كم .

ولنجري حسابا شفوويا . يوجد في المتر المكعب الف \times الف \times الف مكعبات مليمترات مكعبة . وكل الف مكعب مليمترى موضع الواحد فوق الآخر يؤلف عمودا ارتفاعه ١٠٠٠ م - ١ كم . وبما انه توجد لدينا مكعبات اكثر بالف مرة ، فسيكون ارتفاعها ١٠٠٠ كم .

١١٨- يتضح من الشكل ١٠٠ ان
(نتيجة لتساوي الزاويتين ١ و ٢) المقاييس
الخطية للشيء تتناسب مع المقاييس المناظرة لها
في الصورة كنسبة مسافة الشيء عن العدسة الى
ارتفاع آلة التصوير . وفي حالتنا المذكورة
سنرمز لارتفاع الطائرة فوق الارض بالامتار
بالرمز س . ويكون لدينا التناسب الآتى :

$$١٢٠٠٠ : ٨ = س : ٠,١٢$$

من هنا يكون س = ١٨٠ م .

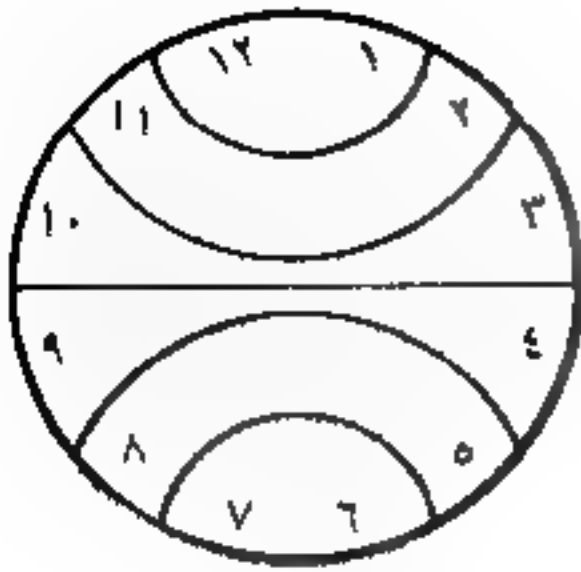
١١٩- يلزم ضرب ٨٩,٤ جم فى مليون
اي فى الف الف .

ونقوم بعملية الضرب على دفعتين :
٨٩,٤ جم $\times ١٠٠٠ = ٨٩,٤$ كجم ، لان
الكيلوجرام اكبر بالف مرة من الجرام . ثم
٨٩,٤ كجم $\times ١٠٠٠ = ٨٩,٤$ طن ، لان
الطن اكبر بالف مرة من الكيلوجرام .

وهكذا فالوزن المطلوب هو : ٨٩,٤ طن .
١٢٠- يمكن ان يصل عدد كل الطرق
خلال الممرات من ١ الى ٧ الى ٧٠ طريقا



شكل ١٠٠



شكل ١٠١

(ممکن حل هذه المسألة بصورة منهجية بواسطة نظرية التراكيب التي تدرس في مقرر الجبر) .

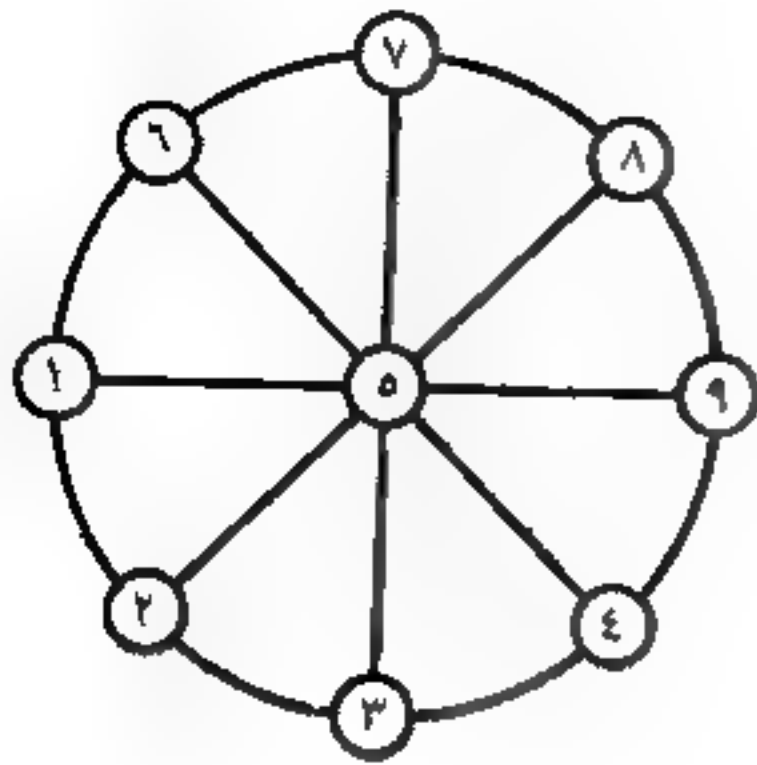
١٢١- بما ان مجموع كل الاعداد مبین على قرص الساعة ويساوى ٧٨ ، فان اعداد كل من القطاعات الستة يجب ان تساوى

معا $78 \div 6 = 13$ ، اي ١٣ . هذا يسهل عملية البحث عن الحل المبین على الشكل ١٠١ .

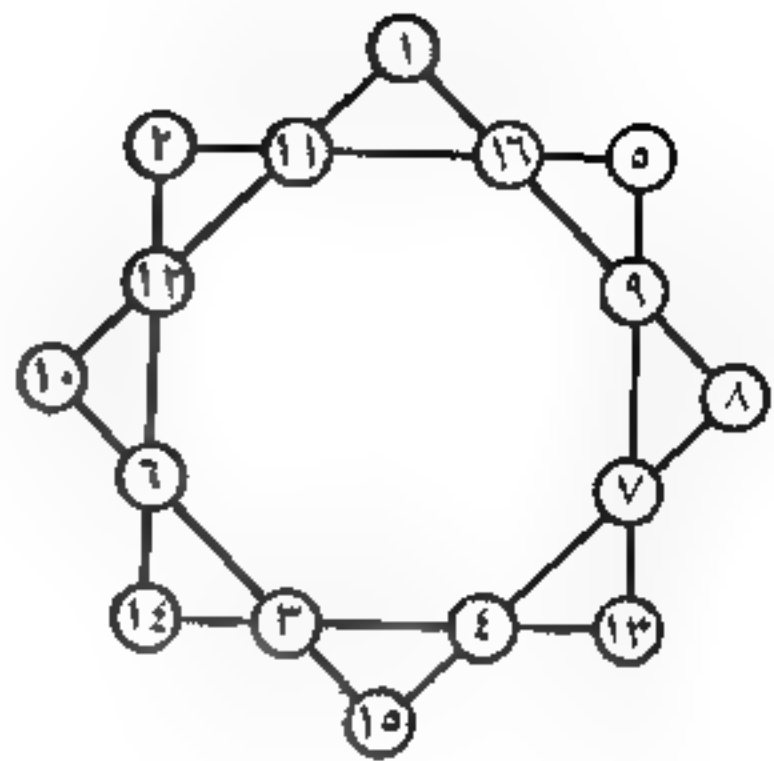
١٢٢ و ١٢٣- الحل موضح على الشكلين ١٠٢ و ١٠٣ .

١٢٤- يمكن للمنضدة ذات الثلاث ارجل ان تمس الارض دائما بنهايات ارجلها الثلاث ، لانه لا يمكن ان يمر خلال كل ثلاث نقط في الفراغ سوى مستو واحد فقط ، وهذا هو السبب في ان المنضدة ذات الثلاث ارجل لا تتأرجح . وكما ترى فالمسألة هندسية بحتة وليست فزيائية .

من اجل ذلك من المستحسن استخدام الثلاث ارجل لادوات قياس الارض ولاجهزة التصوير . الرجل الرابعة لم تكن لتجعل الحامل اكثر استقرارا ، على العكس ، اذ وجب في كل مرة ان نهتم بالا بتأرجح الحامل .



شكل ١٠٣



شكل ١٠٢

١٢٥ - من السهل الاجابة على سؤال المسألة لو عرفنا الوقت الذي تشير اليه العقارب . في الدائرة اليسرى (شكل ٩٦) تشير العقارب الى الساعة ٧ . وهذا يعنى انه يمتد ما بين هذه العقارب قوس يبلغ طوله $\frac{9}{12}$ من كل المحيط . ويكون هذا بمقياس الزوايا :

$$150^\circ = \frac{9}{12} \times 360^\circ$$

وتشير العقارب في الدائرة اليمنى ، وادراك ذلك امر سهل ، الى الساعة ٩ و ٣٠ دقيقة . ويبلغ طول القوس ما بين طرفيهما $3\frac{1}{2}$ جزء من $\frac{1}{12}$ من كل المحيط او $\frac{7}{24}$.

ويكون ذلك بمقياس الزوايا :

$$^{\circ} 105 = \frac{7}{24} \times ^{\circ} 360$$

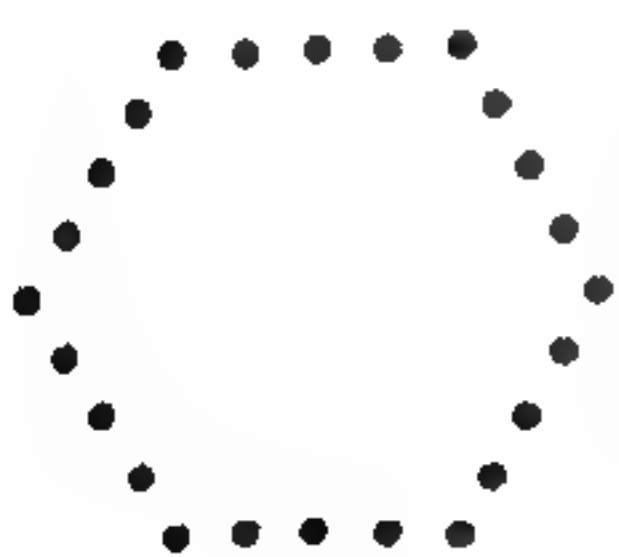
١٢٦ — باعتبار ان طول الانسان ١٧٥ سم وبالرمز لنصف قطر الارض بالرمز نق ، يكون لدينا :

$$2 \times 3,14 \times (نق + 175) - 2 \times 3,14 \times نق = 2 \times 3,14 \times 1100$$

$$175 \times 1100 = 1100 \text{ سم}$$

اي ما يقرب من ١١ مترا . ومن العجيب هنا ان النتيجة لا تعتمد تماما على نصف قطر الكرة ، وبالتالي فهي واحدة على الشمس العملاقة والكرة الصغيرة .

١٢٧ — من السهل تحقيق المطلوب في المسألة اذا ما رتبنا الافراد في شكل سداسي الاضلاع ، كما هو موضح على الشكل ١٠٤ .



شكل ١٠٤

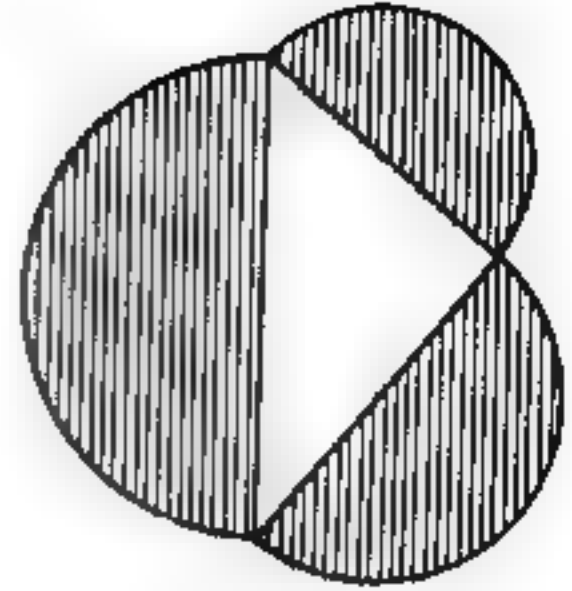
١٢٨ — ان القراء الذين سمعوا بان المسألة الخاصة بتربيع الدائرة غير قابلة للحل سيظنون ان هذه المسألة لا تحل هندسيا . فيما انه لا يمكن تحويل الدائرة الكاملة الى مربع متساوي القياس فانه لا يجوز — كما يعتقد الكثيرون —



شكل ١٠٧



شكل ١٠٦



شكل ١٠٥

تحويل التجويف المتكون من قوسى الدائرة الى شكل قائم الزاوية .
غير انه يمكن حل المسألة ، بلاريب ، بواسطة البناء الهندسى
لو استخدمنا احدى النتائج الطريفة لنظرية فيثاغورس الشهيرة .
والنتيجة التى اعنيها تنص على ان مجموع مساحات انصاف الدوائر
المقامة على الاضلاع القائمة فى المثلث القائم الزاوية تساوى نصف
الدائرة المقامة على الوتر (شكل ١٠٥) وبقلب نصف الدائرة
الكبيرة الى الناحية الاخرى (شكل ١٠٦) نرى ان التجويفين المنقطعين
معا متساويان فى القياس مع المثلث * . واذا ما اخذنا المثلث متساوى
الساقين فان كل تجويف على حدة سيكون مساويا لنصف هذا
المثلث (شكل ١٠٧) .

* تعرف هذه الحالة فى الهندسة باسم « نظرية التجاويف الهيبوقراطية » .



من هنا ينتج انه يمكن هندسيا وبدقة
رسم مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية
بحيث تكون مساحته مساوية لمساحة
المنجل .

شكل ١٠٨

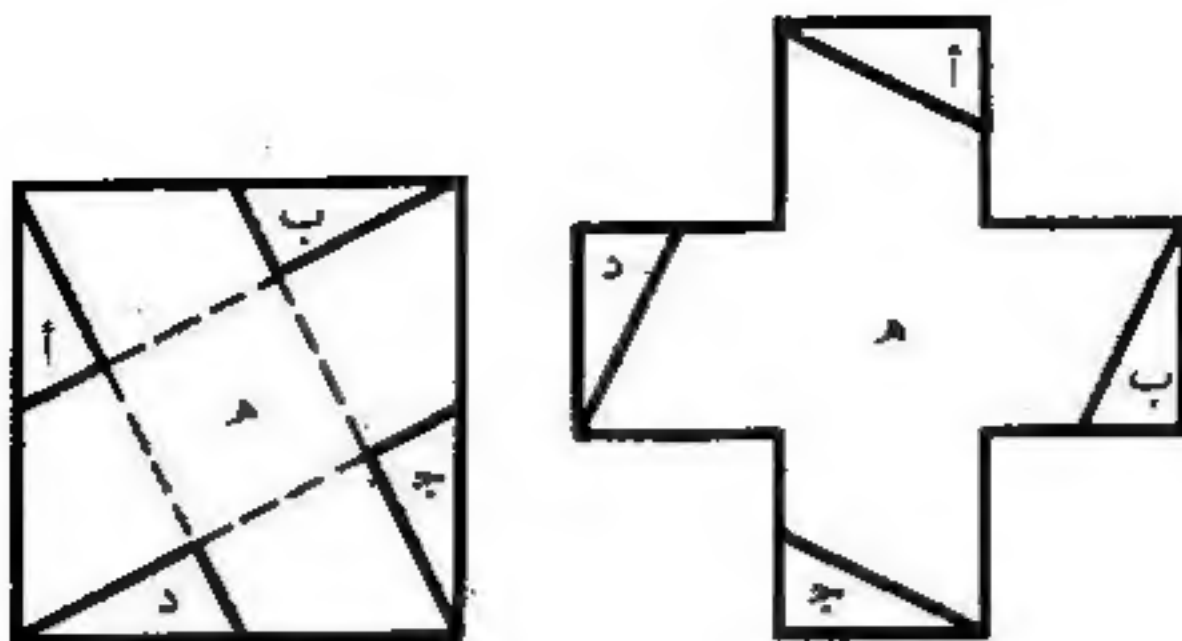
وبما ان المثلث متساوي الساقين
والقائم الزاوية يتحول الى مربع يساويه

في الابعاد (شكل ١٠٨) فانه يمكن احلال مربع متساوي
الابعاد محل المنجل بواسطة تركيب (بناء) هندسي بحت .
ويتبقى فقط تحويل هذا المربع الى شكل متساوي الابعاد
على هيئة الصليب الاحمر (ويتالف كما هو معروف من خمسة
مربعات متساوية موضوعة الواحد بجانب الآخر) .

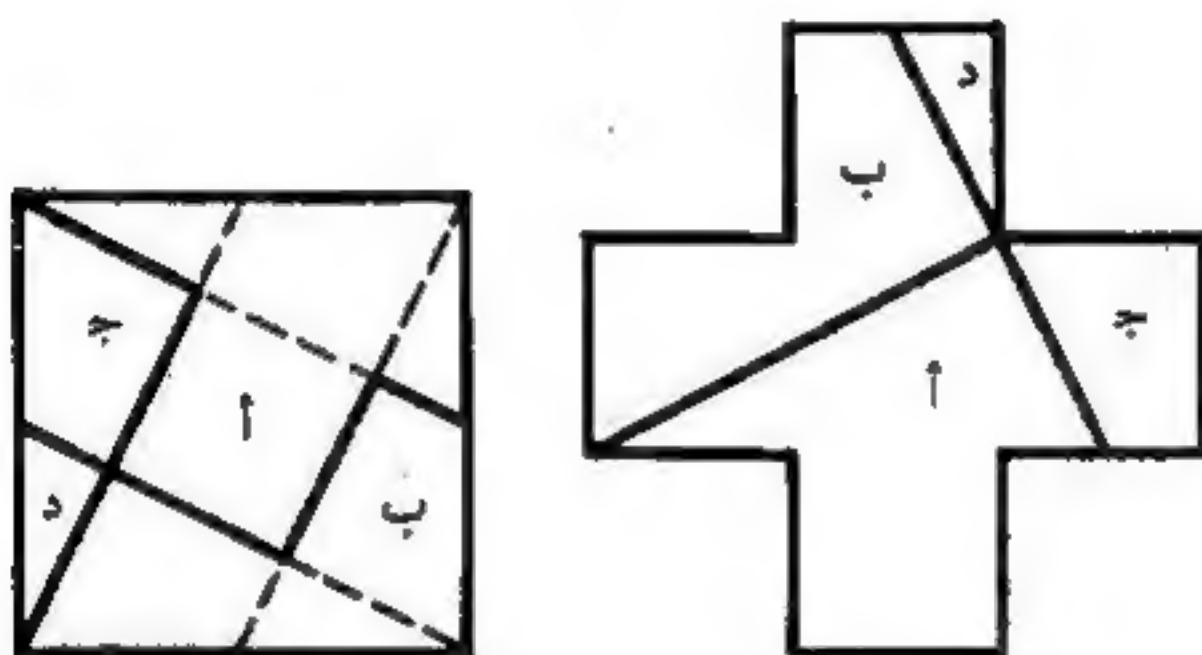
وتوجد عدة طرق للقيام بذلك منها الطريقتان المبيتتان على الشكلين
١٠٩ و ١١٠ ، وكلا التركيبين يبدان بتوصيل رؤوس المربع الى منتصف
الاضلاع المقابلة .

ملاحظة هامة : يمكن ان يحول الى صليب متساوي الابعاد
فقط شكل المنجل المتكون من قوسى دائرتين : قوس نصف الدائرة
الخارجية وربع الدائرة الداخلية التى ينطبق قطرها على القطر الاكبر * .

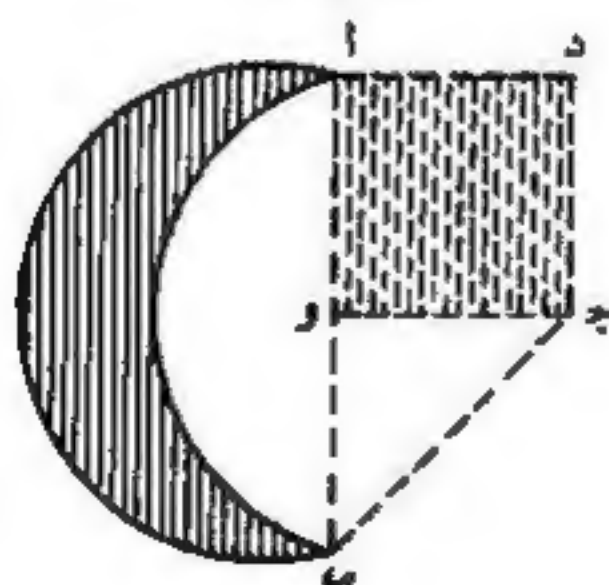
* ان الهلال الذى نراه فى السماء يكون بشكل اخر بعض الشيء : فقوسه
الخارجى - نصف دائرة اما القوس الداخلى فنصف قطع ناقص . وغالب ما يصوره
الفنانون خطأ بشكل قوسى دائرتين .



شکل ۱۰۹



شکل ۱۱۰

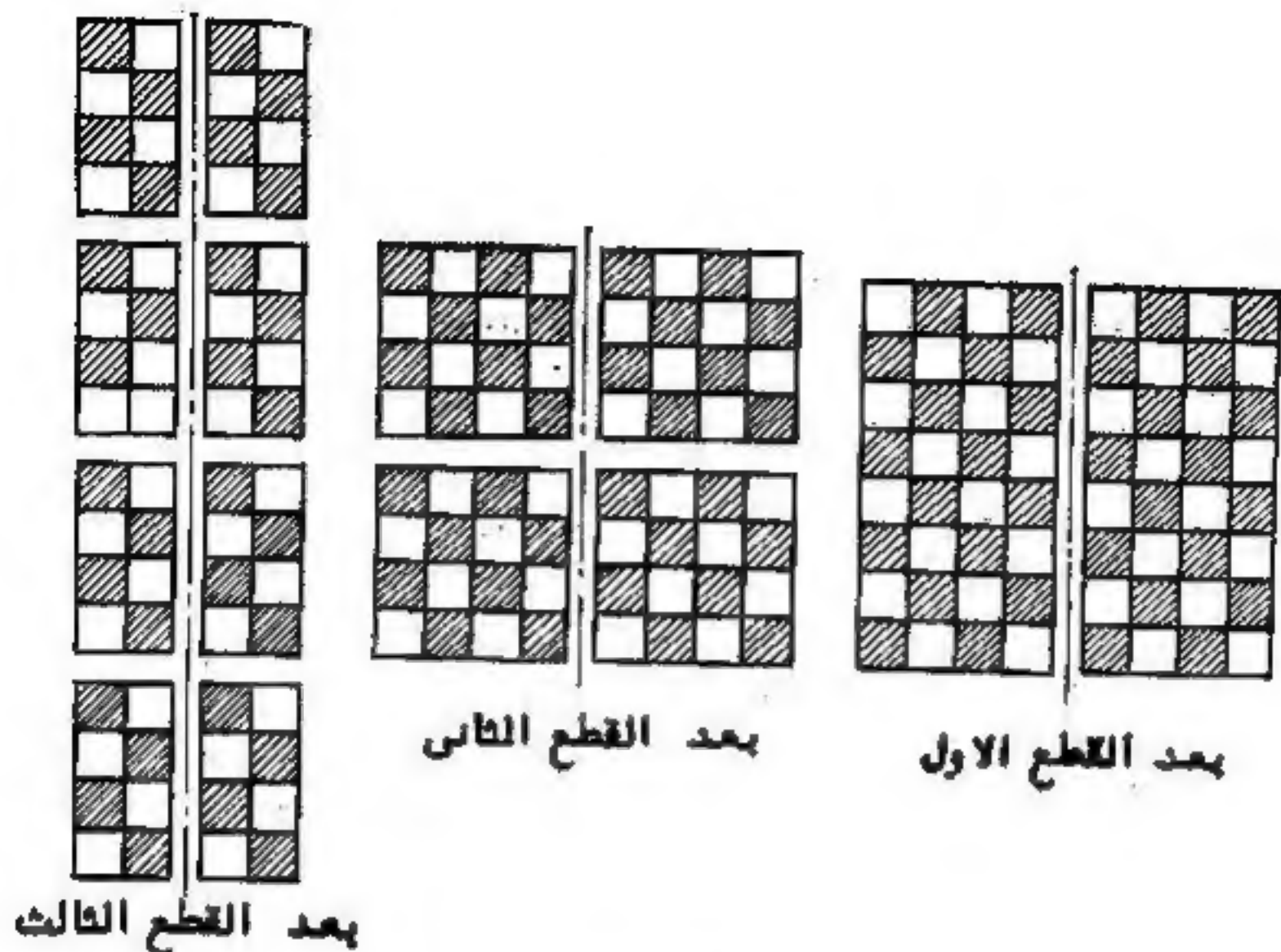


شکل ۱۱۱

والآن اليك طريقة بناء الصليب المتساوي الابعاد مع المنجل .
 نصل الطرفين ١ ، ٢ ، للهِلال (شكل ١١١) بمستقيم ، ومن
 منتصف هذا المستقيم و يقام عمود ، بحيث يكون $و ج = و ا$.
 ويكمل المثلث المتساوي الساقين و ا ج الى مربع و ا د ج ويجرى
 تحويله الى صليب بطريقة من الطرق المبينة على الشكلين ١٠٩
 و ١١٠ .

١٢٩ - ان الامكانية الاضافية المذكورة لا تسهل المسألة :
 فرغم ذلك يتطلب الامر وجود ستة مستويات قاطعة . وفعلا فان
 للمكعب الداخلي من عدد المكعبات ال ٢٧ ، التي يراد ان يقطع
 اليها المكعب الكبير ، ستة وجوه ولا يستطيع اى مستوى قاطع ان
 يفتح جانبين من هذا المكعب الداخلي مرة واحدة مهما غيرنا من
 وضع الاجزاء :

١٣٠ - لننظر اولا ما هو اقل عدد من القطعات . فاذا ما
 اجرينا قطعا واحدا عندئذ تنقسم اللوحة الى قسمين . وعند القطع
 الثانى ، اذا ما قطع كل منهما ، سنحصل على ٤ اقسام . واذا ما
 وضعناها بحيث يقطع القطع الثالث كل الاقسام الاربعة ، فان
 عدد الاقسام يتضاعف مرة اخرى . وبعد القطع الثالث سنحصل
 على ٨ اقسام . وبعد القطع الرابع نحصل على ١٦ قسما (اذا كان
 القطع يقسم كل الاجزاء التي يحصل عليها قبل ذلك) بعد القطع
 الخامس - ٣٢ قسما . وهذا يعنى اننا بعد خمسة قطع لا يمكن
 ان نحصل على ٦٤ مربعا منفصلا . وفقط بعد القطع السادس عندما



شكل ١١٢

يتضاعف عدد الاقسام مرة اخرى نستطيع ان نحصل على ٦٤ مربعا منفصلا . وهذا يعنى انه لا يمكن ان نكتفى باقل من ستة قطعات .

والآن يلزم تبين انه يمكن اجراء ستة قطعات فعلا بحيث يتضاعف كل مرة عدد الاقسام وفي النهاية نحصل على $64 = 2^6$ مربعا منفصلا . وليس من الصعب اجراء ذلك الآن : وينبغى فقط ان نراعى ان تكون الاقسام بعد كل قطع متساوية ، وان يقسم القطع التالى كل من الاجزاء الى نصفين . وتظهر على الشكل ١١٢ القطعات الثلاثة الاولى .

يعتبر كتاب ياكوف بيريلمان " الرياضيات المسلية " من

أكثر كتبه بساطة من سلسلة مؤلفاته المشهورة والمكرسة

لموضوعات الرياضيات المسلية • وقد جمعت في هذا الكتاب

الغاز رياضية صيغ الكثير منها على شكل قصص قصيرة •

وبكفي لحل هذه الألغاز التعرف على الحساب الأولى

وأبسط المعلومات الهندسية •

وهناك جزء بسيط فقط من

المسائل يتطلب المقدرة على

وضع وحل أبسط المعادلات •

وبغض النظر عن كون هذا الكتاب

مخصصا لتلاميذ المدارس الثانوية ، إلا أنه يمكن أن يعم

بالفائدة لكل من يهوى التسلية المفيدة أثناء وقت الفراغ

والراحة •

